

Rozkład dwumianowy Bernoulliego

Zadanie 101. W centrum medycznym ustalono, że 10% dorosłych w Stanach Zjednoczonych ma w swym organizmie pewnego wirusa. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wśród wylosowanych ośmiu osób, dokładnie trzy z nich będą chore ?

Zadanie 102. Przyjmując, że szansa urodzenia chłopca lub dziewczynki jest 0,5, oblicz jakie jest prawdopodobieństwo, że w rodzinie mającej sześcioro dzieci będzie:

a) nie mniej niż 2 chłopców; b) więcej niż 5 chłopców; c) 3 chłopców; d) 1 dziewczynka.

Zadanie 103. Doświadczony koszykarz trafia do kosza raz na trzy rzuty. Jeżeli rzuca on 6 razy, jakie są szanse, że trafi do kosza :

a) dwa razy; b) cztery razy; c) ani razu; d) co najwyżej trzy razy.

Zadanie 104. W laboratorium wyszkolono szczura, który na daną komendę dotykał odpowiedni guzik. Obliczono, że prawdopodobieństwo wykonania poprawnie przez niego komendy wynosi 0,85. Jeśli szczur reaguje niezależnie na komendy, to jakie jest prawdopodobieństwo, że na dziesięć prób, szczur wykona dobrze polecenie co najmniej siedem razy?

Zadanie 105. Badania opinii publicznej wskazują, że 4 spośród 6 osób popiera obecną władzę. Jakie jest prawdopodobieństwo, że jeżeli wybierzemy losowo 4 osoby, to większość będzie przeciw tej władzy.

Zadanie 106. W pewnym zakładzie, pracownicy mają 20% szans zachorowania na chorobę zawodową. Jakie jest prawdopodobieństwo, że spośród 6 pracowników 4 lub więcej zachoruje na tę chorobę?

Zadanie 107. W pewnym społeczeństwie 3% populacji stanowią niewidomi. Znajdź prawdopodobieństwo, że:

- a) co najmniej jedna osoba spośród sześciu wybranych jest niewidoma;
b) co najwyżej jedna osoba spośród dziesięciu wybranych jest niewidoma.

Rozkład normalny

Zadanie 108. Zakładając, że wzrost studentek (x) na uniwersytecie ma rozkład normalny o średniej 160cm. i odchyleniu standardowym 5cm. Oblicz prawdopodobieństwo, że

- a) $x > 152,5$ cm. b) $150 < x < 165$.

Zadanie 109. redni czas świecenia żarówki wynosi 1 rok, a odchylenie standardowe 3 miesiące. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wybrana losowo żarówka będzie mogła służyć co najmniej 18 miesięcy ?.

Zadanie 110. Worki z ziarnem pakowane automatycznie mają średnią wagę 114kg. Wykazano, że 10% worków ma 116kg. Lub więcej. Znajdź odchylenie standardowe.

Zadanie 111. Niech X ma rozkład normalny $N(0,1)$. Oblicz : a) $P(0 < X < 2)$; b) $P(X < -0,5)$; c) $P(|X| < 1)$.

Zadanie 112. redni wynik z egzaminu wynosi 60 punktów, a odchylenie standardowe 10 punktów. Nauczyciel postawił ocenę dobrą 30 studentom, którzy mieli wyniki w przedziale 51 – 69 punktów. Jeżeli wyniki egzaminu spełniają warunki rozkładu normalnego, to jaka jest liczba studentów zdających ten egzamin?

Metoda najmniejszych kwadratów

Zadanie 113. Wyznacz dwoma sposobami prostą regresji dla danych w tabelkach poniżej: używając bezpośredniej metody podanej na wykładzie oraz używając wzorów podanych na końcu tej listy. Wykonaj rysunki.

x	y
1	1
2	3
3	4
4	3

x	y
1	8
2	5
3	4
4	0

x	y
1	2
2	4
3	3
4	2

x	y
1	20
2	14
3	11
4	3

Zadanie 114. Znajdź prostą regresji dla danych poniżej i użyj jej do oszacowania wyniku eksperymentu dla podanego x . Wykonaj rysunki.

x	y
0	10
5	22
10	31
15	46
20	51

$x=25$

x	y
-1	14
1	12
3	8
5	6
7	5

$x=2$

x	y
2	-4
6	0
10	8
14	12
18	14

$x=15$

Zadanie 115. Dane dotyczące produkcji bawełny na świecie zebrane są w poniższej tabeli

rok:	1976	1977	1978	1979	1980
produkcja w milionach kilogramów	5,827	5,838	5,983	6,168	6,285

Używając prostej regresji oszacuj produkcję w 1990. Wykonaj rysunek.

Zadanie 116. Jest w biologii bardzo stara zasada, zwana *bioklimatyczną zasadą klimatu umiarkowanego*, która mówi, że wiosna, wczesne lato i inne zjawiska okresowe takie jak kwitnienie kwiatów czy pojawienie się owadów przychodzą o 4 dni później przy każdym wzroście wysokości nad poziom morza o 150 metrów. Aby potwierdzić to prawo, badano czas kwitnienia pewnego rodzaju jabłoni w zależności od wysokości nad poziomem morza. Wyniki zebrano w tabeli

wysokość w metrach n.p.m.	0	300	600	900	1200
opóźnienie kwitnienia w dniach	0	7	18	28	33

a) Wyznacz prostą regresji wyrażającą przybliżoną zależność opóźnienia od wysokości.

b) Oszacuj czas kwitnienia jabłoni na wysokości 1000 m n.p.m.

Ogólne wzory metody najmniejszych kwadratów: Dla danych n punktów

$$(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$$

współczynniki m i d prostej regresji (prostej najmniejszych kwadratów) $y = mx + d$ wyrażają się wzorami

$$m = \frac{(x_1 y_1 + x_2 y_2 + \dots + x_n y_n) - n \bar{x} \bar{y}}{(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2) - n \bar{x}^2}, \quad d = \bar{y} - \bar{x} m$$

gdzie

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \quad \text{średnia wartość pierwszych współrzędnych,}$$

$$\bar{y} = \frac{y_1 + y_2 + \dots + y_n}{n} \quad \text{średnia wartość drugich współrzędnych.}$$