

Ekonometria 1

Lista nr 2

- (1) Niech X będzie r -wymiarowym wektorem losowym, A macierzą $s \times r$, $Y = AX$. Pokaż, że $EY = aEX$ oraz $\Sigma_Y = A\Sigma_X A^t$, gdzie Σ_Z oznacza macierz kowariancji wektora Z .
- (2) Pokaż, że macierz kowariancji wektora losowego X jest nieujemnie określona.
- (3) Dokonać estymacji parametrów modelu $Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i}$ w oparciu o dane z lat 1995-2002, jeśli wiadomo, że $(X^t X)^{-1} = (u_{ij})$, gdzie $u_{11} = 6$, $u_{21} = 1$, $u_{23} = 0$, $u_{22} = 5$, $u_{31} = 2$, $u_{33} = 4$ oraz $\bar{Y} = 1$, $\sum_{i=1}^8 x_{1i} y_i = 10$, $\sum_{i=1}^8 x_{2i} y_i = 12$.
- (4) Mamy dwa modele liniowe (a) $\hat{y}_i = b_0 + b_1 x_{1i} + b_2 x_{2i}$; współczynnik determinacji $R^2 = 0.72$ oraz (b) $\hat{y}_i = b_0 + b_1 x_{1i}$; współczynnik determinacji $R^2 = 0.64$. Który model należy wybrać jeśli wiadomo, że współczynniki korelacji są następujące: $r_1 = 0.6$, $r_2 = 0.8$, $r_{12} = 0.9$?
- (5) Określ, który z przedstawionych poniżej modeli oszacowanych na podstawie 100-elementowej próby jest najbardziej wiarygodny. Uzasadnij odpowiedź.
 - (a) $\hat{Y}_i = 16 + 0.5x_{1i}$, $S = 1.3$, $(t = 3.5, 4)$,
 - (b) $\hat{y}_i = 10 + 4x_{2i}$, $S = 1.8$, $(t = 2.8, 2.1)$,
 - (c) $\hat{y}_i = 5 + 0.2x_{1i} + 2x_{2i}$, $S = 1.1$, $(t = 4, 3.6, 1.6)$.
 W nawiasach podano wartości statystyki t Studenta przy testowaniu istotności statystycznej parametrów strukturalnych modelu.
- (6) na podstawie danych z 12 lat oszacowano dwa modele ekonometryczne:
 - (a) $\hat{y}_i = 2 + x_{1i} + 1.5x_{2i}$, $R^2 = 0.8$,
 - (b) $\hat{y}_i = 1 + 0.8x_{1i} + x_{2i} + 0.05x_{3i}$, $R^2 = 0.82$.
 Który model należy wybrać?
- (7) W pewnym modelu 95% przedziały ufności dla parametrów strukturalnych są równe $(-2, -1)$ dla β_0 i $(-0.5, 1)$ dla β_1 . Czy można sądzić, że parametry β_0 i β_1 są różne od zera?
- (8) Jakiego (bliskiego 0 czy 1) współczynnika determinacji można się spodziewać w przypadku szacowania parametrów następującego modelu: $Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_{1t} + \alpha_2 x_{2t} + \alpha_3 x_{3t} + \alpha_4 x_{4t} + \varepsilon_t$, gdy liczba obserwacji wynosi 5?
- (9) Rozważ następujący model regresji; $Y_t = \beta_1 + x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \varepsilon_t$, dla którego uzyskano następujące wyniki: $\sum_{t=1}^{100} y_t = 100$, $\sum_{t=1}^{100} y_t^2 = 493/3$, $\sum_{t=1}^{100} x_{1t}^2 = 30$, $\sum_{t=1}^{100} x_{2t}^2 = 3$, $\sum_{t=1}^{100} x_{1t} y_t = 30$, $\sum_{t=1}^{100} x_{2t} y_t = 20$, $\sum_{t=1}^{100} x_{1t} x_{2t} = 0$. Oblicz $\hat{\beta}_1$, $\hat{\beta}_2$, R^2 . Zweryfikuj hipotezę $H_0 : \beta_2 = 7$ wobec $H_1 : \beta_2 \neq 7$.
- (10) W wyniku estymacji parametrów modelu ekonometrycznego postaci $y_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_{1t} + \alpha_2 x_{2t} + \varepsilon_t$, otrzymano następujące wyniki cząstkowe:

$$(X^t X)^{-1} = \frac{1}{60} \begin{pmatrix} 61 & -35 & -5 \\ -35 & 25 & -5 \\ -5 & -5 & 25 \end{pmatrix},$$

$\sum_{t=1}^I y_t = 30$, $\sum_{t=1}^I x_{1t} y_t = 49$, $\sum_{t=1}^I x_{2t} y_t = 11$, $Y^t Y = 110$, gdzie $Y = (y_1, \dots, y_I)^t$. Oszacuj parametry strukturalne modelu oraz oblicz współczynnik determinacji, wiedząc, że liczba stopni swobody wyniosła 7. Czy zmienna x_2 ma istotny wpływ na kształtowanie się zmiennej y ?

- (11) Oszacuj parametry strukturalne następującego modelu na podstawie próby rocznej 1993-2002: $y_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_{1t} + \alpha_2 x_{2t} + \varepsilon_t$, wiedząc, że

$$(X^t X)^{-1} = \frac{1}{18} \begin{pmatrix} 5 & -4 & 4 \\ -4 & 8 & -2 \\ 4 & -2 & 8 \end{pmatrix}, \quad X^t Y = \begin{pmatrix} 30 \\ 18 \\ -15 \end{pmatrix}.$$

Zakładając, że w roku 2002 obie zmienne objaśniające zrealizują się na poziomie 60 jednostek, a zmienna objaśniana przyjmie wartość o 1 jednostkę niższą niż wynika to z jej wartości teoretycznej, oblicz, o ile procent wzrośnie y , jeśli x_1 wzrośnie o 1.5%.

- (12) Na podstawie danych z lat 1960-1990 oszacowano parametry modelu przyrostu złotych depozytów bankowych gospodarstw domowych (SAV):

$$\widehat{SAV} = 12.52332 + 0.082YP_t - 0.645ER_t + 51.12RP_t, \quad (t = 12.7, 8.3, -8.1, 3.5),$$

gdzie YP - nominalne roczne dochody gospodarstw domowych w mld zł., ER - cena 1 USD w złotych, RP - nominalna, przeciętna stopa oprocentowania depozytów bankowych. Skomentuj uzyskane rezultaty.