

Egzamin A2 część pierwsza - 80 minut

Imię:

Nazwisko:

1. (5pkt.) Znajdź największą i najmniejszą wartość funkcji

$$f(x) = |e^{ix} + 1 + i|^2$$

dla $x \in [0, 2\pi]$

2. (5pkt.) Zbadaj zbieżność całek. Napisz **Z** jeśli zbieżna lub **R** jeśli rozbieżna (Za każdy podpunkt otrzymasz jeden punkt, za podanie czterech bezbłędnych odpowiedzi. Ponadto za udzielenie wszystkich poprawnych odpowiedzi otrzymasz 5 punktów)

a) $\int_0^{\infty} \frac{x^3 + 1}{x^4 + 2} dx \quad \dots\dots$

$\int_0^{\infty} \frac{x^3 + \sqrt{x}}{x^5 + x^2} dx \quad \dots\dots$

$\int_0^{\infty} \frac{x^3 + x^2}{x^7 + \sqrt{x}} dx \quad \dots\dots$

$\int_0^{\infty} \frac{\sqrt{x^2 + x + 1}}{(x^3 + 2)^2} dx \quad \dots\dots$

b) $\int_0^{\infty} e^{-x} \sin x dx \quad \dots\dots$

$\int_0^{\infty} \left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{1}{x}} dx \quad \dots\dots$

$\int_0^{\infty} \frac{x^2 + e^x}{x^4 + e^{2x}} dx \quad \dots\dots$

$\int_0^{\infty} \frac{x \ln x}{x^3 + 1} dx \quad \dots\dots$

c) $\int_1^{\infty} \frac{1}{x \ln x} dx \quad \dots\dots$

$\int_1^{\infty} \sqrt{x^3 + 2} - \sqrt{x^3 + 1} \quad \dots\dots$

$\int_1^{\infty} \frac{1}{\sqrt{x^3 + 2}} - \frac{1}{\sqrt{x^3 + 1}} dx \quad \dots\dots$

$\int_1^{\infty} \frac{\arctg x + \sin x}{\ln x + \cos x + 2} dx \quad \dots\dots$

d) $\int_0^1 \frac{1}{\ln x} dx \quad \dots\dots$

$\int_0^1 \frac{1}{x^2 - 1} dx \quad \dots\dots$

$\int_0^1 x \ln x dx \quad \dots\dots$

$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{\sin x}} dx \quad \dots\dots$

Imię:

Nazwisko:

3. (5pkt.) Udowodnij, że dla dowolnych $x, y \in \mathbb{R}$

$$|\sin x - \sin y| \leq |x - y|$$

Wskazówka. Lagrange

4. (5pkt.) Oblicz granicę

a) (2 pkt.)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x(\ln(x+1) - \ln x)$$

b) (3 pkt.)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} e^{\sqrt{x+1}} - e^{\sqrt{x}}$$

Brudnopis (nie będzie zbierany)