

Egzamin A2/Rzeszotnik/luty 2012/część pierwsza - 80 minut

progi: 20=3.0, 24=3.5, 28=4.0, 32=4.5, 36=5.0

Imię:

Nazwisko:

1. (5pkt.) Przy każdej z poniższych całek postaw jeden ze znaków $+$, $-$, 0 :

$+$ - całka ma wartość dodatnią,

$-$ - całka ma wartość ujemną,

0 - wartość całki jest równa 0 .

Za podanie n poprawnych odpowiedzi otrzymasz $\max\{n - 5, 0\}$ punktów.

a) $\int_{-8}^8 \operatorname{arctg}(x) dx$

b) $\int_{-8}^8 x \operatorname{arctg}(x) dx$

c) $\int_{-8}^8 x^2 \operatorname{arctg}(x) dx$

d) $\int_{-8}^8 e^x \operatorname{arctg}(x) dx$

e) $\int_{-8}^8 e^{-x} \operatorname{arctg}(x) dx$

f) $\int_0^3 x^2 - 4x + 2 dx$

g) $\int_3^4 x^2 - 4x + 2 dx$

h) $\int_1^2 \frac{\sin x}{x} dx$

i) $\int_1^5 \frac{\sin x}{x} dx$

j) $\int_{\frac{1}{e}}^e \ln x dx$

2. (5pkt.) Zbadaj zbieżność całek. Napisz **Z** jeśli zbieżna lub **R** jeśli rozbieżna (Za każdy podpunkt otrzymasz jeden punkt, za podanie czterech bezbłędnych odpowiedzi. Ponadto za udzielenie 15 poprawnych odpowiedzi otrzymasz 4 punkty, a za udzielenie poprawnych odpowiedzi **w 10 podpunktach** otrzymasz dodatkowo **1 pkt.**)

a) $\int_0^{\infty} \frac{x^3 + 1}{x^5 + 2} dx \quad \dots\dots$

$\int_0^{\infty} \frac{x^3 + 1}{x^5 + 2x} dx \quad \dots\dots$

$\int_0^{\infty} \frac{x^3 + x}{x^5 + 2} dx \quad \dots\dots$

$\int_0^{\infty} \frac{x^3 + x}{x^5 + 2x} dx \quad \dots\dots$

b) $\int_0^{\infty} \frac{x^3 + \sin x}{x^5 + \sqrt{x}} dx \quad \dots\dots$

$\int_0^{\infty} \frac{x^3 + \sin x}{x^5 + x} dx \quad \dots\dots$

$\int_0^{\infty} \frac{x^3 + \sin x}{x^5 + x^{\frac{3}{2}}} dx \quad \dots\dots$

$\int_0^{\infty} \frac{x^3 + \sin x}{x^5 + x^2} dx \quad \dots\dots$

c) $\int_1^2 \frac{1}{x^2 - 6x + 8} dx \quad \dots\dots$

$\int_2^3 \frac{1}{x^2 - 6x + 8} dx \quad \dots\dots$

$\int_3^4 \frac{1}{x^2 - 6x + 8} dx \quad \dots\dots$

$\int_4^5 \frac{1}{x^2 - 6x + 8} dx \quad \dots\dots$

d) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin x} dx \quad \dots\dots$

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sqrt{\sin x}} dx \quad \dots\dots$

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin^2 x} dx \quad \dots\dots$

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\cos x} dx \quad \dots\dots$

Imię:

Nazwisko:

3. (5pkt.) Znajdź granicę

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sum_{k=0}^n \frac{n^3}{(2n+k)^4 - n^4} \right).$$

4. (5pkt.) Oblicz całkę

$$\int_0^1 \ln^2 x \, dx.$$

Brudnopis (nie będzie zbierany)