

**Egzamin A2/Rzeszotnik/1 luty 2013/część pierwsza - 80 minut**

progi: 20=3.0, 24=3.5, 28=4.0, 32=4.5, 36=5.0

Imię:

Nazwisko:

**1. (5pkt.)** Znajdź największą liczbę naturalną  $n$ , taką że dana funkcja jest różniczkowalna w zerze. Oblicz również  $A$  oraz  $f'(0)$ .

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{x^2} - \frac{1}{1-x^2}}{x^n} & x \neq 0 \\ A & x = 0 \end{cases}$$

**2. (5pkt.)**

a) (2 pkt.) Obliczając całkę  $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$  wyprowadź wzór na pochodną funkcji  $\arcsin(x)$

b) (3 pkt.) Zbadaj zbieżność całki

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{1 - \sin(x)} dx$$

Imię:

Nazwisko:

**3. (5pkt.)** Niech  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  będzie funkcją różniczkowalną. Udowodnij, że dla wszystkich  $x, y \in \mathbb{R}$  mamy, że

$$f(x+y) = f(x) + y \int_0^1 f'(x+ty) dt$$

4. (5pkt.) Spośród czterech całek:

$$\int_0^\pi \sin(\sin(x))dx, \quad \int_0^\pi \sin(\cos(x))dx, \quad \int_0^\pi \cos(\sin(x))dx, \quad \int_0^\pi \cos(\cos(x))dx$$

wybierz jedną i udowodnij, że jest ona równa zero.

**Brudnopis** (nie będzie zbierany)

