

Egzamin A2/Rzeszotnik/05 luty 2015/część pierwsza - 80 minut

progi: 20=3.0, 24=3.5, 28=4.0, 32=4.5, 36=5.0

Imię:

Nazwisko:

1. (5pkt.) Używając indukcji matematycznej udowodnij, że dla wszystkich $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

a) (2 pkt.) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x(\ln x)^n = 0$.

b) (3 pkt.) $\int_0^1 (\ln x)^n dx = (-1)^n n!$

2. (5pkt.) Zbadaj zbieżność całki

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx$$

Wsk. Odetnij się od zera, a potem przez części.

Imię:

Nazwisko:

3. (5pkt.)

a) (2 pkt.) Udowodnij, że jeśli funkcja f jest wypukła oraz $f \geq 0$, to f^2 też jest wypukła.

b) (3 pkt.) Podaj przykład wypukłej funkcji f takiej, że f^2 nie jest wypukła. (Wsk. parabola)

4. (5pkt.) Kubek czubek. Z wycinka koła o promieniu 1 i kącie α stworzono kubek w kształcie stożka. Znajdź kąt α taki, że kubek ma maksymalną pojemność. (Taki kubek tworzy się sklejjąc te krawędzie wycinka, które są promieniami koła – patrz rysunek na tablicy).

Brudnopis (nie będzie zbierany)

