

Egzamin A2/Rzeszotnik/03 luty 2016/część pierwsza - 80 minut
progi: 20=3.0, 24=3.5, 28=4.0, 32=4.5, 36=5.0

Imię:

Nazwisko:

1. (5pkt.) Znajdź największą i najmniejszą wartość funkcji

$$f(x) = x^x \quad \text{dla } x \in \left[\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right].$$

Przypomnienie: Aby obliczyć f' zapisz f jako $f(x) = e^{x \ln x}$.

2. (5pkt.) Oblicz pole obszaru ograniczonego krzywymi

$$y = x^2, \quad y = \frac{2}{x^2 + 1}.$$

Imię:

Nazwisko:

3. (5pkt.) Korzystając z rozwinięcia funkcji $\arctg$:

$$\arctg(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1} \quad \text{udowodnij, że} \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3^n(2n+1)} = \frac{\pi}{2\sqrt{3}}.$$

4. (5pkt.) Oblicz całkę $\int \frac{f(x)}{f'(x)} dx$ wybierając funkcję f spośród podanych dziesięciu funkcji:

$$\sin(x), \quad \arctg(x), \quad \sin(x) - \arctg(x), \quad xe^x, \quad x + e^x, \\ \sqrt{x^2 + 1}, \quad \sqrt{x^2 + 1} + 1, \quad \ln(x), \quad x\ln(x), \quad x^x.$$

Uwaga: Za każdą poprawnie wyliczoną całkę otrzymasz 1 pkt.