

Egzamin A2/Rzeszotnik/03 luty 2016/część druga - 80 minut
progi: 20=3.0, 24=3.5, 28=4.0, 32=4.5, 36=5.0

Imię:

Nazwisko:

5. (5pkt.) Oblicz granicę

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2 \cos \sqrt{x} + x - 2}{x^2}$$

Wsk. de l'Hospital do oporu.

6. (5pkt.) Używając pierwszych trzech początkowych wyrazów szeregu Mclaurina funkcji $f(x) = \cos(x)$ znajdź przybliżenie liczby $\cos(1)$ i szacując błąd przybliżenia uzasadnij, że $\cos(1) \leq \frac{2}{3}$.

[Pamiętaj: $f(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{1}{2!}f''(0)x^2 + R_3(x)$, gdzie $R_3(x) = \frac{1}{3!}f'''(c)x^3$, $c \in (0, x)$.]

Imię:

Nazwisko:

7. (5pkt.) Udowodnij, że dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y zachodzi nierówność

$$\frac{x^2 + 1}{y^2 + 1} \leq e^{|x-y|}.$$

Wsk. Nałóż logarytm, a potem Lagrange.

8. (5pkt.) Znajdź dwie liczby naturalne $m < n$ takie, że

$$m^n = n^m$$

i udowodnij, że wskazane przez Ciebie rozwiązanie jest jedyne.