

Egzamin A2/Rzeszotnik/04 luty 2019/część pierwsza - 80 minut
progi: 20=3.0, 24=3.5, 28=4.0, 32=4.5, 36=5.0

Imię:

Nazwisko:

1. (5pkt.) Oblicz całkę

$$\int \ln(\sqrt{x} + 1) dx$$

Wskazówka: Najpierw zrób podstawienie $\sqrt{x} = t$, a potem zastosuj całkowanie przez części.

2. (5pkt.) Oblicz granicę

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2 + 1} + \frac{2}{n^2 + 4} + \frac{3}{n^2 + 9} + \cdots + \frac{n}{n^2 + n^2} \right)$$

Imię:

Nazwisko:

3. (5pkt.) Oblicz objętość bryły otrzymanej w wyniku obrotu wokół osi OX obszaru ograniczonego elipsą

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad \text{gdzie } a, b > 0.$$

Przypomnienie: Wzór na tą objętość to $V = \pi \int_c^d f^2(x) dx$.

4. (5pkt.) Znajdź wszystkie wartości parametru $p \in \mathbb{R}$ takie, że poniższy szereg jest zbieżny

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\int_0^{\frac{1}{n}} x^p dx \right)$$