

Egzamin A2/Rzeszotnik/04 luty 2019/część druga - 80 minut
progi: 20=3.0, 24=3.5, 28=4.0, 32=4.5, 36=5.0

Imię:

Nazwisko:

5. (5pkt.) Oblicz całkę

$$\int_2^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 4}$$

Przypomnienie: $\int \frac{dx}{x^2+a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{a}\right)$.

6. (5pkt.) Znajdź promień zbieżności (**2pkt.**) i przedział zbieżności (**2pkt.**) rzeczywistego szeregu potęgowego

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{3^n}{\ln(n)} x^n$$

oraz napisz wyraźnie dla jakich $x \in \mathbb{R}$ ten szereg potęgowy jest zbieżny bezwzględnie, dla jakich x ten szereg jest zbieżny warunkowo, a dla jakich x jest rozbieżny (**1pkt.**).

Imię:

Nazwisko:

7. (5pkt.) Udowodnij, że

a) (2pkt.)

$$\int_1^2 \frac{e^x}{x} dx \leq e^2 - e$$

b) (2pkt.)

$$\int_1^2 \frac{e^x}{x} dx \leq \frac{e^2 + 2e}{4}$$

c) (1pkt.) I uzasadnij, które z powyższych oszacowań jest lepsze.

8. (5pkt.) Oblicz sumę szeregu zespolonego

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n}{n}$$

Wskazówka: Najpierw zastosuj standardowy rozkład szeregu na n - parzyste i n - nieparzyste, a potem wykorzystaj znane Ci rozwinięcia: $\ln(1-x) = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$ oraz $\operatorname{arctg}(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$