

Egzamin A1/Rzeszotnik/17.06.13 część druga - 80 minut

Imię:

Nazwisko:

5. (5pkt.) Udowodnij, że dla wszystkich $n \in \mathbb{N}$.

$$\left(\frac{n}{e}\right)^n \leq n!$$

6. (5pkt.) Znajdź wszystkie liczby zespolone z spełniające równanie

$$z^3 + z = \bar{z}^2 + 1$$

Imię:

Nazwisko:

7. (5pkt.) Podaj przykład

a) (1pkt.) Ciągu a_n takiego, że szereg $\sum a_n$ jest zbieżny, ale szereg $\sum a_{2n}$ jest rozbieżny.

b) (2pkt.) Liczby $\alpha < 2$ takiej, że funkcja $f(x) = \frac{x^2+x^\alpha}{x+1}$ nie ma asymptoty ukośnej.

c) (2pkt.) Dwóch funkcji rosnących na przedziale $[0, 1]$ takich, że ich iloczyn jest funkcją malejącą na przedziale $[0, 1]$.

8. (5pkt.) Udowodnij, że

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} < \frac{P}{P-1},$$

gdzie P jest ilością punktów, które pragniesz otrzymać za poprawne rozwiązanie tego zadania.