

Imię:

Nazwisko:

5. (5pkt.) Udowodnij, że dla wszystkich $n \in \mathbb{N}$.

$$\sum_{k=0}^n \binom{2n+1}{k} = 4^n$$

6. (5pkt.) Zbadaj, czy dla wszystkich $x \in \mathbb{R}$ zachodzi nierówność

$$|\ln(x^2 + \pi^2) - \ln(x^2 + e^2)| \leq 1$$

Imię:

Nazwisko:

7. (5pkt.)

a) (3pkt.) Znajdź kres dolny (1pkt.) oraz kres górny (2pkt.) zbioru

$$G = \left\{ |z|^2 : \operatorname{Im} \left(\frac{z}{z+1} \right) = \operatorname{Re} \left(\frac{z}{z+1} \right), z \in \mathbb{C} \right\}$$

b) (2pkt.) Zaznacz na płaszczyźnie zespolonej wszystkie punkty zbioru

$$R = \left\{ \frac{a+ia}{1-a-ia} : a = 0, \frac{1}{2}, 1 \right\}$$

8. (5pkt.) Naszkicuj **asymptoty** oraz **wykres** funkcji

$$f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$$