

Egzamin A1/Rzeszotnik/20.06.17 część pierwsza - 80 minut

progi: 20=3.0, 24=3.5, 28=4.0, 32=4.5, 36=5.0

Imię:

Nazwisko:

1. (5pkt.) W każdym z 4 poniższych zadań udziel 4 **niezależnych** odpowiedzi **TAK/NIE**.
Za każde zadanie, w którym podasz cztery poprawne odpowiedzi, otrzymasz 1 punkt.
Za udzielenie 12 poprawnych odpowiedzi otrzymasz dodatkowo **1 punkt**.

1.1. Czy podana ilość asymptot danej funkcji jest poprawna

a) $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$ ma 3 asymptoty

b) $f(x) = \frac{e^x}{x}$ ma 2 asymptoty

c) $f(x) = \frac{\operatorname{arctg} x}{x}$ ma 2 asymptoty

d) $f(x) = \frac{1}{\ln|x| + 1}$ ma 3 asymptoty

1.2. Czy istnieje taka liczba wymierna w , że

a) $\sin(w) > \pi - e$

b) $w^3 + 3w^2 + 3w = -2$

c) $\log_3(w^2) = 5$

d) $\log_3(\sqrt{w}) = 5$

1.3. Czy podane stwierdzenie jest prawdziwe?

a) Jeśli funkcja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ jest różniczkowalna, to f jest ciągła.

b) Jeśli funkcja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ jest różniczkowalna, to f' jest ciągła.

c) Jeśli funkcja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ jest różniczkowalna i ściśle rosnąca, to f' może być ściśle rosnąca.

d) Jeśli funkcja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ jest różniczkowalna i ściśle malejąca, to f' może być ściśle rosnąca.

1.4. Czy podane oszacowanie jest prawdziwe dla wszystkich $x \in \mathbb{R}$?

a) $\left| \frac{\operatorname{arctg}(x)}{x^2 + 1} \right| \leq 2$

b) $\left| \frac{x^2 + 1}{x^3 + x^2 + 1} \right| \leq 2017$

c) $|\ln(x^2 + \pi)| \geq e$

d) $|\sin(\cos(x))| \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$

2. (5pkt.) Podaj pochodną danej funkcji zmiennej x (podaj tylko odpowiedzi). Za podanie n poprawnych odpowiedzi otrzymasz $\max(0, n - 5)$ punktów.

a) $(x^\alpha)' =$

b) $(a^x)' =$

c) $(\log_a x)' =$

d) $\left(\frac{1}{\ln(x)}\right)' =$

e) $(\operatorname{arctg}(\sin x))' =$

f) $(\operatorname{tg}(x^2))' =$

g) $(\sqrt{x} \cos(\sqrt{x}))' =$

h) $\left(\frac{x \ln(x)}{e^x + x}\right)' =$

i) $((\ln x)^x)' =$

j) $(\log_{x^2+1}(e^x + e))' =$

Imię:

Nazwisko:

3. (5pkt.) W każdym z zadań **3.1-3.5** podaj kresy zbioru oraz napisz, czy kresy należą do zbioru (napisz **TAK** lub **NIE**).

Kres może być liczbą rzeczywistą lub może być równy $-\infty$ albo $+\infty$.

Napis ∞ będzie zinterpretowany jako $+\infty$.

Za każde zadanie, w którym podasz bezbłędnie oba kresy i poprawnie określiś ich przynależność do zbioru, otrzymasz 1 punkt.

3.1. $A = \left\{ x : x < \frac{4}{x-3}, x \in \mathbb{R} \setminus \{3\} \right\}$ Ocena

$\inf A = \dots\dots\dots$ $\sup A = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru A Czy kres górny należy do zbioru A

3.2. $B = \left\{ \frac{2m-3n}{mn^2} : m, n \in \mathbb{N} \right\}$ Ocena

$\inf B = \dots\dots\dots$ $\sup B = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru B Czy kres górny należy do zbioru B

3.3. $C = \left\{ \frac{2m+3n}{\sqrt{mn}} : m, n \in \mathbb{N} \right\}$ Ocena

$\inf C = \dots\dots\dots$ $\sup C = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru C Czy kres górny należy do zbioru C

3.4. $D = \{ |x-1| : |x-2| < 3, x \in \mathbb{R} \}$ Ocena

$\inf D = \dots\dots\dots$ $\sup D = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru D Czy kres górny należy do zbioru D

3.5. $E = \{ 2x + 3xy : x, y \in \mathbb{R} \wedge -3 \leq x < 2 \wedge -4 < y \leq 1 \}$ Ocena

$\inf E = \dots\dots\dots$ $\sup E = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru E Czy kres górny należy do zbioru E

4. (5pkt.) Podaj wartości granic (tylko odpowiedzi, bez uzasadnienia). Jeśli granica nie istnieje napisz **NI**

Za podanie n poprawnych odpowiedzi otrzymasz liczbę punktów w/g tabeli

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
punkty	0	0	0	1	1	2	3	3	4	4	5

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n}}{\ln^7(n)} = \dots\dots\dots$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^\pi}{\pi^n} = \dots\dots\dots$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sin((-1)^n) \right)^n = \dots\dots\dots$

d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\sin\left(\frac{1}{n}\right)} = \dots\dots\dots$

e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n} + \frac{n}{n^2 + 1} \right)^n = \dots\dots\dots$

f) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x)}{x^5 - 1} = \dots\dots\dots$

g) $\lim_{x \rightarrow e} \frac{x - e}{\ln(x) - 1} = \dots\dots\dots$

h) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \operatorname{arctg}(e^x - x) = \dots\dots\dots$

i) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 - x + 1}) = \dots\dots\dots$

j) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x + 2}{3x - 4} \right)^x = \dots\dots\dots$