

Egzamin A1/Rzeszotnik/25.06.18 część druga - 80 minut

Imię:

Nazwisko:

5. (5pkt.) Znajdź najmniejszą wartość funkcji $f(x) = \frac{e^x}{x}$ dla $x > 0$ (3pkt.) i wywnioskuj, że $ex \leq e^x$ dla wszystkich $x \in \mathbb{R}$ (2pkt.).

6. (5pkt.) Udowodnij, że

$$\frac{1}{13} < \operatorname{arctg}5 - \operatorname{arctg}3 < \frac{1}{5}.$$

Przypomnienie: Twierdzenie Lagrange'a o wartości średniej.

Jeśli f jest różniczkowalna oraz $a < b$ to istnieje $c \in (a, b)$ takie, że

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c)$$

Imię:

Nazwisko:

7. (5pkt.)

a) (2.5pkt.) Wykaż, że funkcja $f(x) = \operatorname{tg}(x)$ jest wypukła dla $x \in [0, \frac{\pi}{2})$

b) (2.5pkt.) Wykaż, że dla $x \in [0, \frac{\pi}{2})$

$$\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right) \leq \frac{\operatorname{tg}(x)}{2}.$$

Wsk. Użyj punktu a) i nierówności Jensena

8. (5pkt.) Wyznacz dziedzinę i asymptoty funkcji

$$f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x.$$