

Egzamin A1/Rzeszotnik/04.09.12 część pierwsza - 80 minut

progi: 20=3.0, 24=3.5, 28=4.0, 32=4.5, 36=5.0

Imię:

Nazwisko:

1. (5pkt.) W każdym z 4 poniższych zadań udzieli 4 **niezależnych** odpowiedzi **TAK/NIE**.
Za każde zadanie, w którym podasz cztery poprawne odpowiedzi, otrzymasz 1 punkt.
Za udzielenie 12 poprawnych odpowiedzi otrzymasz dodatkowo **1 punkt**.

1.1. Czy istnieje taka liczba zespolona z , że

a) $z^2 = -1$

b) $z^3 + z^2 + z + 1 = 0$

c) $z = \operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z$

d) $\bar{z} + 1 = \operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z$

1.2. Czy istnieje taka liczba wymierna w , że

a) $w^3 = 3$

b) $w + \frac{1}{w} = 3$

c) $\sin(w) - w^2 = 3$

d) $\log_2 w = 3$

1.3. Czy podana funkcja ma asymptotę poziomą?

a) $\cos(x)$

b) $e^{-\frac{1}{x}}$

c) $\frac{x^2 + 1}{x^3 + 1}$

d) $\frac{x^3 + 1}{x^2 + 1}$

1.4. Czy podana funkcja ma asymptotę pionową?

a) $\cos(x)$

b) $e^{-\frac{1}{x}}$

c) $\frac{x^2 + 1}{x^3 + 1}$

d) $\frac{x^3 + 1}{x^2 + 1}$

2. (5pkt.) W każdym z poniższych zdań w miejscu kropek napisz **ZB**, **ZW**, lub **R**:

ZB - szereg jest **Z**bieżny **B**ezwzględnie

ZW - szereg jest **Z**bieżny **W**arunkowo

R - szereg jest **R**ozbieżny

Podaj tylko odpowiedzi, bez uzasadnienia. Za podanie n poprawnych odpowiedzi otrzymasz liczbę punktów w/g tabeli

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
punkty	0	0	0	1	1	2	3	3	4	4	5

a) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2}{n^4 + 1} \dots\dots\dots$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2}{n^3 + 2} \dots\dots\dots$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2}{n^2 + 3} \dots\dots\dots$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} (-n)^n 2^{-n^3} \dots\dots\dots$

e) $\sum_{n=7}^{\infty} (-1)^n \binom{n}{7} \dots\dots\dots$

f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+i} \dots\dots\dots$

g) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n}{n^2} \dots\dots\dots$

h) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n}{\sqrt{n}} \dots\dots\dots$

i) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{ni^n} \dots\dots\dots$

j) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(1+i)^n} \dots\dots\dots$

Imię:

Nazwisko:

3. (5pkt.) W każdym z zadań **3.1-3.5** podaj kresy zbioru oraz napisz, czy kresy należą do zbioru (napisz **TAK** lub **NIE**).

Kres może być liczbą rzeczywistą lub może być równy $-\infty$ albo $+\infty$.

Napis ∞ będzie zinterpretowany jako $+\infty$.

Za każde zadanie, w którym podasz bezbłędnie oba kresy i poprawnie określisz ich przynależność do zbioru, otrzymasz 1 punkt.

Za zadania, w których podasz niepełną lub nie w pełni poprawną odpowiedź, nie otrzymasz punktów.

3.1. $A = \{x : \ln(x) > 2, x \in \mathbb{R} \wedge x > 0\}$

Ocena

$\inf A = \dots\dots\dots \sup A = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru A Czy kres górny należy do zbioru A

3.2. $B = \left\{ \frac{3m-2n}{mn} : m, n \in \mathbb{N} \right\}$

Ocena

$\inf B = \dots\dots\dots \sup B = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru B Czy kres górny należy do zbioru B

3.3. $C = \left\{ \frac{3m^2-2n^2}{2mn} : m, n \in \mathbb{N} \right\}$

Ocena

$\inf C = \dots\dots\dots \sup C = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru C Czy kres górny należy do zbioru C

3.4. $D = \{z : |\bar{z} - 1| = 2, z \in \mathbb{C}\}$

Ocena

$\inf D = \dots\dots\dots \sup D = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru D Czy kres górny należy do zbioru D

3.5. $E = \{(x-y)(x^2+xy+y^2) : x, y \in \mathbb{R} \wedge x, y \in [-2, 1]\}$

Ocena

$\inf E = \dots\dots\dots \sup E = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru E Czy kres górny należy do zbioru E

4. (5pkt.) Podaj wartości granic (tylko odpowiedzi, bez uzasadnienia). Za podanie n poprawnych odpowiedzi otrzymasz $\max(0, n - 5)$ punktów.

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} n^{\frac{1}{n}} = \dots\dots\dots$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^4 + 1} \sqrt{n^2 + 1}}{n^3 + 1} = \dots\dots\dots$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \cos(n) \sin\left(\frac{1}{n}\right) = \dots\dots\dots$

d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{n^n} = \dots\dots\dots$

e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln(n)}{\sqrt{n}} = \dots\dots\dots$

f) $\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{x^2 - 2}{x^2 - 3\sqrt{2}x + 4} = \dots\dots\dots$

g) $\lim_{x \rightarrow 0} \ln|\cos(\sin x)| = \dots\dots\dots$

h) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\cos x}{\ln x} = \dots\dots\dots$

i) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{e^{\frac{1}{x}} - 1} = \dots\dots\dots$

j) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{e^{\frac{1}{x}} - 1} = \dots\dots\dots$