

Nazwisko

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Imię

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

EGZAMIN, ANALIZA A1, 22.09.2010

8 zadań po 5 punktów, część I, progi: 20=3.0, 24=3.5, 28=4.0, 32=4.5, 36=5.0

OPRÓCZ ODPOWIEDZI PRZEDSTAW POPRAWNE UZASADNIENIE

Zadanie 1.

W każdym z 4 poniższych zadań udziel 4 **niezależnych** odpowiedzi **TAK/NIE**.
 Za każde zadanie, w którym podasz cztery poprawne odpowiedzi, otrzymasz 1 punkt.
 Za pozostałe zadania nie otrzymasz punktów.
 Za udzielenie 15 poprawnych odpowiedzi otrzymasz **4 punkty**.
 Za udzielenie poprawnych odpowiedzi we wszystkich 16 podpunktach otrzymasz **5 pkt.**

1.1 Czy dany szereg jest zbieżny?

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{3n} e^{\frac{1}{3n}}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3^n}{n!}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n} - \sqrt{n+2})^n$

1.2 Czy dany szereg jest zbieżny bezwzględnie?

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{3}{e}\right)^n$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + (-1)^n 4^n}{5^n}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n^2)}{n\sqrt{n+1}}$

1.3 Czy dany szereg jest zbieżny warunkowo?

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{\pi}{3}\right)^n$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{1}{n}\right)^n$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{tg}(n)}{n^2}$

1.4 Czy dany szereg jest rozbieżny?

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} n^{-n}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} e^{n-n^2}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n)}{\ln(n^4 + n + 1)}$

Zadanie 2.

W każdym z poniższych zdań w miejscu kropek napisz **O**, **OG**, lub **OD**:

O - ciąg jest **O**graniczony (z góry i z dołu)

OG - ciąg jest **O**graniczony TYLKO z **G**óry

OD - ciąg jest **O**graniczony TYLKO z **D**ołu

Podaj tylko odpowiedzi, bez uzasadnienia. Za podanie n poprawnych odpowiedzi otrzymasz liczbę punktów w/g tabeli

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
punkty	0	0	0	1	1	2	3	3	4	4	5

a) $\cos(n - n^2)$

b) e^{n-n^3}

c) $\frac{n^2 - 2n}{\sqrt{5n^4 + 3}}$

d) $\ln\left(\frac{1}{n^2 + n + 1}\right)$

e) $\left(-\frac{3}{e}\right)^n$

f) $(-1)^n \frac{2^n}{n!}$

g) $\left(-\frac{1}{n}\right)^n$

h) $\frac{2^n + (-1)^n 3^n}{4^n}$

i) $\frac{n + (-1)^n n^2}{n^2 \sin(n)}$

j) $(\sqrt{n} - \sqrt{n+1})^n$

Nazwisko

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Imię

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Zadanie 3.

W każdym z zadań **3.1-3.5** podaj kresy zbioru oraz napisz, czy kresy należą do zbioru (napisz **TAK** lub **NIE**).

Kres może być liczbą rzeczywistą lub może być równy $-\infty$ albo $+\infty$.

Napis ∞ będzie zinterpretowany jako $+\infty$.

Za każde zadanie, w którym podasz bezbłędnie oba kresy i poprawnie określisz ich przynależność do zbioru, otrzymasz 1 punkt. Za zadania, w których podasz niepełną lub nie w pełni poprawną odpowiedź, nie otrzymasz punktów.

3.1. $A = \{x : x^4 < 6, x \in \mathbb{R}\}$

Ocena

$\inf A = \dots\dots\dots \sup A = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru A Czy kres górny należy do zbioru A

3.2. $B = \left\{ \frac{2m+3n}{mn} : m, n \in \mathbb{N} \right\}$

Ocena

$\inf B = \dots\dots\dots \sup B = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru B Czy kres górny należy do zbioru B

3.3. $C = \left\{ \frac{7n+3}{4n+2} : n \in \mathbb{N} \right\}$

Ocena

$\inf C = \dots\dots\dots \sup C = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru C Czy kres górny należy do zbioru C

3.4. $D = \left\{ \frac{n^2}{n^3-10} : n \in \mathbb{N} \right\}$

Ocena

$\inf D = \dots\dots\dots \sup D = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru D Czy kres górny należy do zbioru D

3.5. $E = \{|x^2 - y^2| : x, y \in \mathbb{R} \wedge 2 < x \leq 7 \wedge 3 < y \leq 4\}$

Ocena

$\inf E = \dots\dots\dots \sup E = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru E Czy kres górny należy do zbioru E

Zadanie **4.**

Podaj wartości granic (tylko odpowiedzi, bez uzasadnienia). Za podanie n poprawnych odpowiedzi otrzymasz $\max(0, n - 5)$ punktów.

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{\sqrt{n^2+3}+n} = \dots\dots\dots$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{n+4} - \sqrt[3]{n}) = \dots\dots\dots$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \operatorname{tg} \left(\frac{1}{\sqrt{n}} \right) = \dots\dots\dots$

d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+3}{n-7,5} \right)^n = \dots\dots\dots$

e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln(n+4)}{\ln(n)} = \dots\dots\dots$

f) $\lim_{x \rightarrow 0^-} e^{\frac{1}{\sin x}} \dots\dots\dots$

g) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x^2-5x+6} = \dots\dots\dots$

h) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \left(\sum_{n=0}^{\infty} x^n \right) = \dots\dots\dots$

i) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{\sin x}}{x} = \dots\dots\dots$

j) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\log_3(4^x + 2^x) - x \log_9 4) = \dots\dots\dots$