

Kolokwia A2 Lista 10

1 (5pkt.) Wyznacz promień zbieżności (3pkt.) i **obszar** zbieżności (2pkt.) **zespólonego** szeregu potęgowego

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2+i)^{2n}}{n^2+i} z^n$$

2. (5pkt.) Udowodnij, że

$$\left| \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1+3i}{5} \right)^n \right| = 1.$$

Przypomnienie: $\sum z^n$ dla $z \in \mathbb{C}$ obliczamy tak samo jak $\sum x^n$ dla $x \in \mathbb{R}$.

3. (5pkt.) Zbadaj zbieżność podanych szeregów zespolonych (zbieżny bezwzględnie, zbieżny warunkowo, rozbieżny)

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^3+i}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+2i}{n^4-4i}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1+i)^n}{n}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2-i)^n}$

e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3+4i)^n}{5^n \ln(n+1)}$

4. (5pkt.) Podaj **obszar zbieżności** danego zespolonego szeregu potęgowego (za każdy dobrze podany obszar otrzymasz 1 pkt.).

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nz^n}{n^3+3i}$

Obszar zbieżności:

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(iz)^{2n}}{n+1}$

Obszar zbieżności:

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^{n^2}}{n!}$

Obszar zbieżności:

d) $\sum_{n=1}^{\infty} (niz)^n$

Obszar zbieżności:

e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nz^n}{n^2+i}$

Obszar zbieżności:

5. (5pkt.) Zbadaj zbieżność szeregu (zbieżny bezwzględnie, zbieżny warunkowo, rozbieżny)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+i^n}{n^2+i}$$

6. (5pkt.) Podaj **obszar zbieżności** danego zespolonego szeregu potęgowego (za każdy dobrze podany obszar otrzymasz 1 pkt.).

- a) $\sum_{n=1}^{\infty} (iz)^n$ Obszar zbieżności:
- b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n^2 + i}$ Obszar zbieżności:
- c) $\sum_{n=1}^{\infty} n(1+i)^n z^{2n}$ Obszar zbieżności:
- d) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{z}{1+i} \right)^{n^2}$ Obszar zbieżności:
- e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^{4n}}{\ln(|n+i|)}$ Obszar zbieżności:

7. (5pkt.) Zbadaj zbieżność szeregu (zbieżny bezwzględnie, zbieżny warunkowo, rozbieżny)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1-i)^n + (2+i)^n}{(1+i)^n + (2-i)^n}$$

8. (5pkt.) Podaj **obszar zbieżności** danego zespolonego szeregu potęgowego (za każdy dobrze podany obszar otrzymasz 1 pkt.).

- a) $\sum_{n=1}^{\infty} ((1+i)z)^n$ Obszar zbieżności:
- b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+i}{(2n)^3 - i} z^n$ Obszar zbieżności:
- c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n^n}$ Obszar zbieżności:
- d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n^{\sqrt{n}}}$ Obszar zbieżności:
- e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1+i)^n z^{2n}}{n}$ Obszar zbieżności:

9 (5pkt.) Wyznacz promień zbieżności (3pkt.) i **obszar zbieżności** (2pkt.) **zespolonego** szeregu potęgowego

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1+i)^n z^n}{(1-i)^n n}$$

10. (5pkt.) Zbadaj zbieżność szeregu (zbieżny bezwzględnie, zbieżny warunkowo, rozbieżny)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1+i)^{2n}}{2^n n}$$