

Kolokwia A2 Lista 11

1. (5pkt.) Oblicz sumę

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{4^n(2n+1)}$$

2. (5pkt.) Zbadaj zbieżność jednostajną szeregu funkcyjnego

$$\sum_{n=1}^{\infty} x^n \left(1 - \frac{x}{n}\right)^n$$

dla $x \in [0, 1]$.

3. (5pkt.) Oblicz sumę szeregu (4pkt.)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(nx)}{n^3}$$

Uwaga: Za poprawne uzasadnienie swych obliczeń uzyskasz 1pkt.

Wsk. Wykorzystaj fakt z wykładu: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(nx)}{n^2} = \frac{x^2}{4} - \frac{\pi x}{2} + \frac{\pi^2}{6}$ dla $x \in [0, 2\pi]$.

4. (5pkt.) Oblicz sumę szeregu

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{(2k-1)^3}$$

Wsk. Wykorzystaj poprzednie zadanie (wstaw coś mądrego za x :)

5. (5pkt.) Oblicz sumę szeregu (4 pkt.)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \sin(nx)}{3^n}$$

Uwaga: Za poprawne uzasadnienie swych obliczeń uzyskasz 1pkt.

Wsk. Wykorzystaj fakt z zajęć: $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos(nx)}{3^n} = \frac{9-3\cos x}{10-6\cos x}$.

6. (5pkt.) Oblicz sumę szeregu

$$\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{2k+1}{3^{2k+1}}$$

Wsk. Wykorzystaj poprzednie zadanie (wstaw coś mądrego za x :)

Uwaga: W poprzednim zadaniu powinno Ci wyjść $\frac{6 \sin x}{(5-3 \cos x)^2}$.

7. (5pkt.) Korzystając z tego, że

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cos(nx)}{n^2} = \frac{x^2}{4} - \frac{\pi^2}{12} \quad \text{dla } x \in [-\pi, \pi],$$

oblicz sumę szeregu (4 pkt.)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \sin(nx)}{n^3}$$

Za poprawne uzasadnienie swych obliczeń uzyskasz 1pkt.

8. (5pkt.) Oblicz sumę szeregu

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k+1)^3}$$

Wsk. Wykorzystaj poprzednie zadanie (wstaw coś mądrego za x :)

9 (5pkt.) Oblicz sumę

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{3^n}{2n+1}$$

10. (5pkt.) Zbadaj zbieżność jednostajną szeregu funkcyjnego

$$\sum_{n=1}^{\infty} x^n (1-x)^n$$

dla $x \in [0, 1]$.