Imię:

1	2	Σ
...	...	...

Nazwisko:

Kolokwium 11, A1/Z.Rzeszotnik/27/05/2013

W każdym z 4 poniższych zadań udziel 4 **niezależnych** odpowiedzi **TAK/NIE**.
Za każde zadanie, w którym podasz cztery poprawne odpowiedzi, otrzymasz 1 punkt.
Za udzielenie 12 poprawnych odpowiedzi otrzymasz dodatkowo **1 punkt**.

1.1. Czy istnieje taka liczba zespolona z, że

a) $z^2 = i$ .....

b) $z = |z| + i$ .....

c) $z + \overline{z} = \frac{1}{z}$ .....

d) $\ln|z^6 + z^4 + 1| = -1$ .....

1.2. Czy o liczbie zespolonej z można wywnioskować, że **nie** jest rzeczywista jeśli wiadomo, że

a) $|z^4 + 4| \leq |2 + i|$ .....

b) $|z^4 + 4| \geq |2 + i|$ .....

c) $\mathrm{Im}(z) = \mathrm{Re}(\frac{1}{z+1})$ .....

d) $\mathrm{Re}(z) = \mathrm{Im}(\frac{1}{z+1})$ .....

1.3. Czy podany układ równań ma rozwiązanie w liczbach zespolonych?

a) $\begin{cases} z + \overline{z} = 0 \\ z\overline{z} = 1 \end{cases}$ .....

b) $\begin{cases} z + i = z^2 \\ z - i = z^2 \end{cases}$ .....

c) $\begin{cases} z^4 + z^2 + 1 = 0 \\ z^6 = 1 \end{cases}$ .....

d) $\begin{cases} z^4 + z^2 + 1 = z \\ z^6 = 1 \end{cases}$ .....

1.4. Czy podany układ równań ma rozwiązanie w liczbach zespolonych?

a) $\begin{cases} z + w = i \\ z - w = i \end{cases}$ .....

b) $\begin{cases} z + \overline{w} = i \\ \overline{z} - w = i \end{cases}$ .....

c) $\begin{cases} zw = 1 \\ z + \overline{w} = w \end{cases}$ .....

d) $\begin{cases} zw = 1 \\ z + w = \overline{w} \end{cases}$ .....

2. (5pkt.) Udowodnij, że jeśli liczba zespolona z nie jest rzeczywista, to $|z| = 1$ wtedy i tylko wtedy, gdy $z + \frac{1}{z} \in \mathbb{R}$.