

Imię:

1

2

Σ

Nazwisko:

... ..

Kolokwium 11, A1/Z.Rzeszotnik/19/05/2014

W każdym z 4 poniższych zadań udziel 4 **niezależnych** odpowiedzi **TAK/NIE**.

Za każde zadanie, w którym podasz cztery poprawne odpowiedzi, otrzymasz 1 punkt.

Za udzielenie 12 poprawnych odpowiedzi otrzymasz dodatkowo **1 punkt**.

1.1. Czy istnieje taka liczba zespolona z , że

a) $z^2 = -i^2$

b) $\operatorname{Re}(\operatorname{Im}(z)) = \operatorname{Im}(\operatorname{Re}(z))$

c) $\ln|z^8 + z^6 + 1| > 2014$

d) $|\bar{z} + i| > |z| + 1$

1.2. Czy o liczbie zespolonej z można wywnioskować, że **nie** jest rzeczywista jeśli wiadomo, że

a) $z^2 = -i^2$

b) $\operatorname{Re}(\operatorname{Im}(z)) = \operatorname{Im}(\operatorname{Re}(z))$

c) $\ln|z^8 + z^6 + 1| < 2014$

d) $|\bar{z} + i| < |z| + 1$

1.3. Czy istnieje taka liczba **rzeczywista** r , że

a) $\operatorname{Re}(\operatorname{Im}(r)) = \operatorname{Im}(\operatorname{Re}(r))$

b) $r^2 = -i^2$

c) $\ln|r^8 + r^6 + 1| < 2014$

d) $|\bar{r} + i| < |r| + 1$

1.4. Czy podany układ równań ma rozwiązanie w liczbach zespolonych?

a) $\begin{cases} z^2 = -i^2 \\ z^8 + z^6 + 1 = 3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} z \operatorname{Re}(\operatorname{Im}(z)) = 1 \\ z^8 + z^6 + 1 = 3 \end{cases}$

c) $\begin{cases} z \operatorname{Im}(\operatorname{Re}(z)) = 1 \\ |w^8 + w^6 + 1| = 8 \end{cases}$

d) $\begin{cases} z \operatorname{Re}(\operatorname{Im}(z)) = i \\ |w^8 + w^6 + 1| = 8 \end{cases}$

2. (5pkt.) Niech $w \neq 0$ będzie ustaloną liczbą zespoloną, natomiast d ustaloną liczbą rzeczywistą. Czy zbiór $P = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}(wz) = d\}$ musi być prostą? Odpowiedź uzasadnij.

Wsk1. **(2 pkt.)** Rozważ przypadki $w = \pm 1, \pm i$.

Wsk2. **(1 pkt.)** Udowodnij, że $\operatorname{Re}(rz) = r\operatorname{Re}(z)$ dla $r \in \mathbb{R}$ oraz $z \in \mathbb{C}$.