

Imię:

1

2

Σ

Nazwisko:

... ..

Kolokwium 12, A1/Z.Rzeszotnik/21/05/2012

W każdym z 4 poniższych zadań udziel 4 **niezależnych** odpowiedzi **TAK/NIE**.

Za każde zadanie, w którym podasz cztery poprawne odpowiedzi, otrzymasz 1 punkt.

Za pozostałe zadania nie otrzymasz punktów.

Za udzielenie 15 poprawnych odpowiedzi otrzymasz **4 punkty**.

Za udzielenie poprawnych odpowiedzi we wszystkich 16 podpunktach otrzymasz **5 pkt.**

1.1. Czy istnieje taka liczba zespolona z , że

a) $z^2 + 1 = 0$

b) $\frac{z^2 + 1}{z^2 - 1} = 2$

c) $z + 1 = \operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z$

d) $|z^2 + 1| > |\bar{z} + i|$

1.2. Czy o liczbie zespolonej z można wywnioskować, że **nie** jest rzeczywista jeśli wiadomo, że

a) $z^4 = -1$

b) $z + \frac{1}{z} = \sqrt{e}$

c) $z^2 + (1 + i)z + i = 0$

d) $\operatorname{Re}(z + 1) = \operatorname{Im}(\bar{z})$

1.3. Czy podany układ równań ma rozwiązanie w liczbach zespolonych?

a) $\begin{cases} z^2 + 1 = 0 \\ z + \bar{z} = 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} z^3 + 1 = 0 \\ z - \bar{z} = 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} \operatorname{Re}(z) = \operatorname{Im}(w) \\ \operatorname{Im}(z) = \operatorname{Re}(w) \end{cases}$

d) $\begin{cases} z + |w| = 1 \\ |z| + w = 2 \end{cases}$

1.4. Czy podany szereg liczb zespolonych jest zbieżny?

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2 + i}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + i}{n^4 - i}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n}{n}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(1 - i)^n}$

2. (5pkt.) Podaj **obszar zbieżności** danego zespolonego szeregu potęgowego (za każdy dobrze podany obszar otrzymasz 1 pkt.).

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nz^n}{n^3 + i}$

Obszar zbieżności:

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5 z^n}{n^4 + i}$

Obszar zbieżności:

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n!}$

Obszar zbieżności:

d) $\sum_{n=1}^{\infty} (\ln(n)z)^n$

Obszar zbieżności:

e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(iz)^n}{n}$

Obszar zbieżności: