

Kolokwium 3 A2/Z.Rzeszotnik

1.1. (5pkt.) Oblicz poniższą całkę poprzez konstrukcję odpowiedniego ciągu podziałów dziedziny oraz obliczenie granicy ciągu sum Riemanna (**4pkt.**). Sprawdź swoją odpowiedź obliczając tą całkę w standardowy sposób (**1pkt.**).

$$\int_2^3 x^3 dx$$

1.2. (5pkt.) Oblicz całkę

$$\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx =$$

2.1. (5pkt.) Oblicz pole elipsy ograniczonej krzywą o równaniu

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

2.2. (5pkt.)

A. (2pkt.) Oblicz całkę $\int_0^\pi \cos(x) e^{\sin^2(x)} dx =$

B. (3pkt.) Oblicz całkę

$$\int_0^\pi \frac{\cos(x)}{x^2 - \pi x + \pi^2} dx =$$

3.1. (5pkt.) Oblicz poniższą całkę poprzez konstrukcję odpowiedniego ciągu podziałów dziedziny oraz obliczenie granicy ciągu sum Riemanna (**4pkt.**). Sprawdź swoją odpowiedź obliczając tą całkę w standardowy sposób (**1pkt.**).

$$\int_1^2 x^7 dx$$

3.2. (5pkt.)

A. (2pkt.) Oblicz całkę

$$\int_1^3 (x-2)\sqrt{(x-1)(3-x)} dx =$$

B. (3pkt.) Oblicz całkę.

$$\int_{-1}^1 x^2 \arctg|x| dx =$$

4.1. (5pkt.) Oblicz poniższą całkę poprzez konstrukcję odpowiedniego ciągu podziałów dziedziny oraz obliczenie granicy ciągu sum Riemanna (**4pkt.**). Sprawdź swoją odpowiedź obliczając tą całkę w standardowy sposób (**1pkt.**).

$$\int_1^2 \frac{1}{x^2} dx \quad [\text{Wsk. } p_k = 2^{\frac{k}{n}}, C_n = \sum_{k=0}^{n-1} (p_{k+1} - p_k) f(p_k)]$$

4.2. (5pkt.)

A. (2pkt.) Oblicz całkę. [Wsk. $\cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \dots$]

$$\int_{-2}^2 \cos\left(\frac{\pi}{2} - \arctg(x)\right) dx =$$

B. (3pkt.) Udowodnij poniższe równanie.

$$\int_0^1 \frac{e^{\arctg x - \frac{\pi}{4}x}}{x^2 + 1} dx = \frac{\pi}{4} \int_0^1 e^{\arctg x - \frac{\pi}{4}x} dx$$

$$[\text{Wsk. } \int_a^b f(x) dx = \int_a^b g(x) dx \iff \int_a^b f(x) - g(x) dx = 0.]$$

5.1. (5pkt.) Oblicz poniższą całkę poprzez konstrukcję odpowiedniego ciągu podziałów dziedziny oraz obliczenie granicy ciągu sum Riemanna (**4pkt.**). Sprawdź swoją odpowiedź obliczając tę całkę w standardowy sposób (**1pkt.**).

$$\int_1^2 \sqrt{x} dx \quad [\text{Wsk. } p_k = 2^{\frac{k}{n}}, C_n = \sum_{k=0}^{n-1} (p_{k+1} - p_k) f(p_k)]$$

5.2. (5pkt.)

A. (2pkt.) Oblicz całkę. $\int_0^1 \frac{\cos(\pi x) + 1}{x^2 - x + 1} dx =$

B. (3pkt.) Oblicz całkę.

$$\int_{-1}^1 (3x^{\frac{7}{3}} + 2x^{\frac{4}{3}} - x^{\frac{1}{3}})(x^2 + x - 1)^{\frac{1}{3}} dx =$$

6.1. (5pkt.) Oblicz poniższą całkę poprzez konstrukcję odpowiedniego ciągu podziałów dziedziny oraz obliczenie granicy ciągu sum Riemanna (**4pkt.**). Sprawdź swoją odpowiedź obliczając tę całkę w standardowy sposób (**1pkt.**).

$$\int_1^2 \sqrt[3]{x} dx \quad [\text{Wsk. } p_k = 2^{\frac{k}{n}}, C_n = \sum_{k=0}^{n-1} (p_{k+1} - p_k) f(p_k)]$$

6.2. (5pkt.)

A. (3pkt.) Oblicz poniższą całkę dla **wybranej przez siebie wartości** parametru $p \geq 0$.

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^p \frac{\cos x}{x^2 - \pi x + 3} dx =$$

B. (2pkt.) Oblicz całkę.

$$\int_{-1}^1 x^3 \sqrt[8]{x^8 + 1} + x^8 \sqrt[3]{x^3 + 1} dx =$$

7.1. (5pkt.) Oblicz poniższą całkę poprzez konstrukcję odpowiedniego ciągu podziałów dziedziny oraz obliczenie granicy ciągu sum Riemanna (**4pkt.**). Sprawdź swoją odpowiedź obliczając tę całkę w standardowy sposób (**1pkt.**).

$$\int_0^3 x^3 dx \quad [\text{Wsk. } S_n = \sum_{k=1}^n \frac{b-a}{n} f(a + k \frac{b-a}{n}) \text{ oraz } 1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = (1 + 2 + \dots + n)^2]$$

7.2. (5pkt.)

A. (3pkt.) Oblicz całkę dla wybranego przez siebie parametru $p \geq 0$

$$\int_1^e \frac{\ln x}{x^p} dx =$$

B. (2pkt.) Oblicz całkę.

$$\int_0^2 \sin(x^3 - 3x^2 + 3x - 1) + \frac{x^3 + x^2 + x + 2}{x^4 + 3x^2 + 2} dx =$$