

Imię:

1	2	Σ
---	---	---

Nazwisko:

... ..

Kolokwium 5, A1/Z.Rzeszotnik/04/04/2016

1. (5pkt.) W każdym z zadań podaj kresy zbioru oraz napisz, czy kresy należą do zbioru (napisz **TAK** lub **NIE**).

Kres może być liczbą rzeczywistą lub może być równy $-\infty$ albo $+\infty$.

Napis ∞ będzie zinterpretowany jako $+\infty$.

Za każde zadanie, w którym podasz bezbłędnie oba kresy i poprawnie określisz ich przynależność do zbioru, otrzymasz 1 punkt. Za zadania, w których podasz niepełną lub nie w pełni poprawną odpowiedź, nie otrzymasz punktów.

$$A = \left\{ x : \frac{x-1}{x} < 1, x \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \right\}$$

$\inf A = \dots\dots\dots$ $\sup A = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru A Czy kres górny należy do zbioru A

$$F = \{x^2 : x \in (-\pi, e]\}$$

$\inf F = \dots\dots\dots$ $\sup F = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru F Czy kres górny należy do zbioru F

$$B = \left\{ \frac{n^2 - 6n - 7}{n^2 + 5n + 4} : n \in \mathbb{N} \right\}$$

$\inf B = \dots\dots\dots$ $\sup B = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru B Czy kres górny należy do zbioru B

$$C = \left\{ \frac{\sqrt{2}m^2 + \sqrt{32}n^2}{mn} : m, n \in \mathbb{N} \right\}$$

$\inf C = \dots\dots\dots$ $\sup C = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru C Czy kres górny należy do zbioru C

$$D = \{|x^2 - 2| : |x - 2| < 3, x \in \mathbb{R}\}$$

$\inf D = \dots\dots\dots$ $\sup D = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru D Czy kres górny należy do zbioru D

2. (5pkt.) Dla $A, B \subset \mathbb{R}$ rozważamy $A \cdot B = \{ab : a \in A, b \in B\}$. Podaj przykład niepustych zbiorów A i B takich, że

a) (1pkt.) $\sup(A \cdot B) = \sup A \sup B$

b) (1pkt.) $\sup(A \cdot B) = \sup A \inf B$

c) (1pkt.) $\sup(A \cdot B) = \inf A \inf B$

d) (1pkt.) $\sup(A \cdot B) = \inf A \sup B$

oraz udowodnij (za 1pkt.), że

$$\sup(A \cdot B) \geq \max\{\sup A \sup B, \sup A \inf B, \inf A \inf B, \inf A \sup B\}$$