

Imię:

1	2	Σ
---	---	---

Nazwisko:

... ..

Kolokwium 5, A1/Z.Rzeszotnik/02/04/2019

1. (5pkt.) W każdym z zadań podaj kresy zbioru oraz napisz, czy kresy należą do zbioru (napisz **TAK** lub **NIE**).

Kres może być liczbą rzeczywistą lub może być równy $-\infty$ albo $+\infty$.

Napis ∞ będzie zinterpretowany jako $+\infty$.

Za każde zadanie, w którym podasz bezbłędnie oba kresy i poprawnie określisz ich przynależność do zbioru, otrzymasz 1 punkt.

$$A = \left\{ x : \frac{1-x}{x} < -2, x \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \right\}$$

$\inf A = \dots\dots\dots$ $\sup A = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru A Czy kres górny należy do zbioru A

$$B = \left\{ \frac{n}{2n-3} : n \in \mathbb{N} \right\}$$

$\inf B = \dots\dots\dots$ $\sup B = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru B Czy kres górny należy do zbioru B

$$C = \left\{ \frac{2m^2 + 5n^2}{mn} : m, n \in \mathbb{N} \right\}$$

$\inf C = \dots\dots\dots$ $\sup C = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru C Czy kres górny należy do zbioru C

$$D = \{ |x^2 - 3| : |x + 1| < 2, x \in \mathbb{R} \}$$

$\inf D = \dots\dots\dots$ $\sup D = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru D Czy kres górny należy do zbioru D

$$E = \left\{ \binom{2019}{n^2} : n \in \mathbb{N}, n^2 < 2019 \right\}$$

Uwaga: $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$

$\inf E = \dots\dots\dots$ $\sup E = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru E Czy kres górny należy do zbioru E

2. (5pkt.)

a) (2pkt.) Niech (a_n) będzie ciągiem elementów niepustego zbioru A (tzn. $a_n \in A$). Udowodnij, że jeśli $\lim a_n = g$, to $g \leq \sup A$.
Wsk. To zadanie jest banalne.

b) (3pkt.) Dla $A, B \subset \mathbb{R}$ rozważamy zbiór $A \cdot B = \{ab : a \in A, b \in B\}$. Korzystając z poprzedniego zadania udowodnij, że dla dowolnych niepustych zbiorów $A, B \subset \mathbb{R}$ zachodzi nierówność $\sup A \cdot \sup B \leq \sup(A \cdot B)$.