

Lista 12-1. Liczby zespolone.

231. Oblicz

$$\frac{5+5i}{2+i}, \quad \left| \frac{(8-i)^5}{(4+7i)^3} \right|, \quad (1+i\sqrt{3})^3.$$

232. Przedstaw poniższe liczby zespolone w formie $a+ib$, gdzie $a, b \in \mathbb{R}$:

$$\frac{e^{i\pi}}{2}, \quad 3e^{i\frac{\pi}{2}}, \quad -2e^{i\frac{2\pi}{3}}.$$

Przypomnienie: $e^{i\alpha} = \cos(\alpha) + i\sin(\alpha)$.

233. Przedstaw poniższe liczby zespolone w formie $re^{i\alpha}$, gdzie $r, \alpha \in \mathbb{R}$ oraz $r, \alpha > 0$:

$$-1, \quad 1-i, \quad \sqrt{3}+i.$$

234. Sprawdź, że dla $a, b \in \mathbb{R}$ rozwiązaniem równania $z^2 = a+ib$ jest

$$z = \pm \left(\sqrt{\frac{\sqrt{a^2+b^2}+a}{2}} + i\operatorname{sgn}(b)\sqrt{\frac{\sqrt{a^2+b^2}-a}{2}} \right),$$

jeśli $b \neq 0$.

Rozwiąż równania:

235. $z^2 = 1+i$,

236. $z^2 = 3-4i$,

237. $z^2 + z = i$,

238. $z^2 + iz = 1$,

239. $z^4 + 10z^2 + 61 = 0$.

240. $z^2 = |z-i|$.