

Lista 2-2. Liczby rzeczywiste, liczby wymierne i niewymierne.

31. Dowieść, że liczba $\log_{12} 18$ jest niewymierna.

32. Zbadaj wymierność liczby $\log_2 3 + \log_4 5$.

33. Zbadaj wymierność liczby $\log_2 9 \cdot \log_6 2 + \log_6 4$.

34. Zbadaj wymierność liczby $\log_{\sqrt{2}}(\sqrt[4]{7}) + \log_{\frac{1}{2}}(\sqrt{14})$.

35. Zbadaj wymierność liczby $\sqrt{\log_2 3 \cdot \log_5 4}$.

36. Podaj przykład dwóch różnych liczb niewymiernych a, b takich, że $a+b$ jest niewymierna, ale ab jest wymierna.

37. Podaj przykład dwóch liczb niewymiernych a, b takich, że a^b jest wymierna.

38. O liczbach rzeczywistych a i b wiadomo, że $a^2 + b$ oraz $a + b$ są wymierne. Czy z tego wynika, że a i b są wymierne?

39. O niezerowych liczbach rzeczywistych a i b wiadomo, że $a^8 b^5$ oraz $a^5 b^3$ są wymierne. Czy z tego wynika, że a i b są wymierne?

40. Korzystając z faktu, że pomiędzy każdymi dwoma liczbami rzeczywistymi leży liczba wymierna, udowodnij, że pomiędzy każdymi dwoma liczbami rzeczywistymi $a < b$ leży liczba niewymierna.

Wskazówka: Pomnóż a i b przez $\sqrt{2}$.