

Lista 3-2. Nierówności i szacowania.

Wskazując odpowiednie liczby dodatnie C, D udowodnić, że dla dowolnej liczby naturalnej n zachodzą nierówności $C < W(n) < D$.

$$\mathbf{51.} \ W(n) = \frac{n^3 + 3n + 1}{2n^3 + 5n} \quad \mathbf{52.} \ W(n) = \frac{13n^2 - 10n + 3}{2n^2 + 7n - 1} \quad \mathbf{53.} \ W(n) = \frac{\sqrt{n+7} + 3}{\sqrt{n+3} + 7}$$

Wskazując odpowiednie liczby dodatnie C, D oraz liczbę rzeczywistą k udowodnić, że dla dowolnej liczby naturalnej n zachodzą nierówności

$$C \cdot n^k < W(n) < D \cdot n^k.$$

$$\mathbf{54.} \ W(n) = \frac{n^7 + 10n^3 + 3}{n^4 + 37} \quad \mathbf{55.} \ W(n) = \frac{3n^6 - 2n^4 + 1}{\sqrt{4n} - 2}$$

Wskazując odpowiednią liczbę dodatnią C udowodnić, że dla dowolnej liczby naturalnej n zachodzą nierówności

$$1 - \frac{C}{n} < W(n) < 1 + \frac{C}{n}.$$

$$\mathbf{56.} \ W(n) = \frac{n^2 + 2n + 3}{n^2 + 7n + 2} \quad \mathbf{57.} \ W(n) = \frac{3n^2 - 2n + 3}{3n^2 + 7n - 2} \quad \mathbf{58.} \ W(n) = \frac{\sqrt{4n^2 + 1}}{2n + 1}$$

Wskazując odpowiednie liczby dodatnie C, g udowodnić, że dla dowolnej liczby naturalnej n zachodzą nierówności

$$g - \frac{C}{n} < W(n) < g + \frac{C}{n}.$$

$$\mathbf{59.} \ W(n) = \frac{2n^3 + 2n + 2}{3n^3 + 3n + 3} \quad \mathbf{60.} \ W(n) = \frac{4n^2 - 2n + 3}{2n^2 + 7n - 2}$$