

Lista 5-2. Kresy zbiorów.

Niech A i B będą niepustymi ograniczonymi podzbiorami liczb rzeczywistych. Niech $a_1 = \inf A$, $a_2 = \sup A$, $b_1 = \inf B$, $b_2 = \sup B$. Sprawdź czy poniższe kresy można wyznaczyć korzystając z a_1, a_2, b_1, b_2 . A jeśli nie, to co można powiedzieć o tych kresach:

91. $\inf\{-a : a \in A\},$

92. $\sup\{a^2 : a \in A\},$

93. $\inf\{a^2 : a \in A\},$

94. $\sup\{a - b : a \in A, b \in B\},$

95. $\inf(A \setminus B),$

96. $\sup(A \cup B),$

97. $\inf(A \cap B).$

98. Zbiory A i B są niepuste i ograniczone. Zbiór B jest skończony i wszystkie jego elementy są różne od 0. Czy zbiór $\{\frac{a}{b} : a \in A, b \in B\}$ musi być ograniczony? Odpowiedź uzasadnić.

99. A jest takim niepustym zbiorem ograniczonym liczb rzeczywistych, że $\inf A = -3$, $\sup A = 2$. Jakie wartości mogą przyjmować kresy zbioru $\{|a| : a \in A\}$? Odpowiedź uzasadnić przykładem lub dowodem.

100. Podać przykład takich zbiorów A, B , że $\inf A = 2$, $\sup A = 7$, $\inf B = 3$, $\sup B = 10$, $\inf(A \cap B) = 4$, $\sup(A \cap B) = 6$, $A \cap \mathbb{N} = B \cap \mathbb{N} = \emptyset$. (Uwaga: $\emptyset$ to zbiór pusty).