

Lista 6-1. Funkcje. Granica i ciągłość.

Uwaga: Zapis $\operatorname{sgn}(x)$ oznacza znak liczby x :

$$\operatorname{sgn}(x) = 1 \text{ dla } x > 0$$

$$\operatorname{sgn}(x) = 0 \text{ dla } x = 0$$

$$\operatorname{sgn}(x) = -1 \text{ dla } x < 0$$

Uwaga: Zapis $\{x\}$ oznacza część ułamkową (czyli mantysę) liczby x .
 $\{x\} = x - [x]$, gdzie $[x]$ oznacza część całkowitą (czyli cechę) liczby x .

101. Podaj dziedzinę i narysuj wykres funkcji $f(x) = x^\alpha$ dla

$$\alpha = \frac{1}{2}, \quad \alpha = \frac{1}{3}, \quad \alpha = \frac{2}{6}, \quad \alpha = \frac{2}{3}, \quad \alpha = \frac{4}{6}.$$

W poniższych zadaniach należy narysować wykres danej funkcji i stwierdzić, czy jest ona ciągła (zwróć też uwagę na to, czy dana funkcja jest okresowa).

102. x^{-2} , $x^{-\frac{1}{2}}$, $x^{-\frac{1}{3}}$.

103. e^x , e^{-x} , e^{-x^2} .

104. $\ln(x)$, $\ln(|x|)$, $\ln(x^2)$.

105. $\operatorname{sgn}(\sin x)$, $x^3 \operatorname{sgn}(x)$, $\operatorname{sgn}(x^3 - x)$.

106. $\frac{x^4 - 1}{x^2 - 1}$, $\frac{1}{x^2 - 1}$, $\frac{1}{x^2 + 1}$.

107. $|x - 1| + 2$, $|x^2 - 8x + 15|$, $|x^2 - 1| - |x^2 - 4|$.

108. $\{\cos x\}$, $\left| \left[x + \frac{1}{2} \right] - x \right|$, $\{x\} - \{x\}^2$.

109. $f(x) = \begin{cases} x & \text{dla } 0 \leq x < 1 \\ -x^2 + 4x - 2 & \text{dla } 1 \leq x < 3 \\ 4 - x & \text{dla } 3 \leq x \leq 4 \end{cases}$.

110. $f(x) = \begin{cases} [x]^2 + 2[x]\{x\} + \{x\}^2 & \text{dla } x^2 \neq 1 \\ \operatorname{sgn}(x) & \text{dla } x^2 = 1 \end{cases}$.