

Lista 8-1. Pochodna funkcji

Definicja pochodnej funkcji f w punkcie x :

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

151. Korzystając z definicji pochodnej wyprowadź wzór na pochodną funkcji

$$f(x) = \sqrt{x}.$$

152. Podaj wzór stycznej do wykresu funkcji $f(x) = x^3$ w punkcie $(a, f(a))$ dla

$$a = 0, \quad a = 1.$$

Naszkicuj wykres tej funkcji oraz uzyskane styczne.

153. Znajdź wzór prostej przechodzącej przez początek układu współrzędnych, która jest styczna do wykresu funkcji $f(x) = \ln(x)$. Naszkicuj wykres tej funkcji oraz uzyskaną styczną.

154. Oblicz pochodną poniższych funkcji:

$$3x^2 + \frac{1}{x} - \frac{3}{2\sqrt[3]{x}}, \quad 2\sqrt{x} - \frac{e^x + x^{-3}}{3}, \quad \frac{5}{2}x^{\frac{2}{3}} + 2\ln(x) - \frac{x^\pi}{\pi}.$$

155. Oblicz pochodną poniższych funkcji:

$$x^3 \sin(x), \quad \ln(x) \cos(x), \quad 3x^2 \operatorname{arctg}(x).$$

156. Oblicz pochodną poniższych funkcji:

$$\frac{1}{x^2 + 1}, \quad \frac{x^2}{2x + 1}, \quad \frac{2^x}{\sqrt{x}}.$$

157. Oblicz pochodną poniższych funkcji:

$$\sin(x^2), \quad \sin^2(x), \quad \ln(\sqrt{x} + 1), \quad \sqrt{x^4 + x^2}, \quad (\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{7})^3.$$

158. Oblicz pochodną poniższych funkcji:

$$\frac{x + \sin(x)}{x + 1}, \quad \frac{x \cos(x)}{\sqrt{1-x}}.$$

159. Oblicz pochodną poniższych funkcji:

$$\operatorname{arctg}(x^2) \log_2^2(x), \quad \frac{\sqrt{x} \cos(\sqrt{x})}{\sqrt{\sin(x)}}.$$

160. Uprość poniższe funkcje i potem oblicz ich pochodną:

$$\frac{x^2 \ln(\sqrt{x^2 - 1})}{\ln(x-1) + \ln(x+1)}, \quad \frac{\sqrt{6^{x^2+1} - x6^{x^2}}}{(2^x)^{\frac{x}{2}} (3^{\frac{x}{2}})^x}, \quad \frac{7 + \sin^4 x - \sin^2 x}{7 + \cos^4 x - \cos^2 x}.$$