

7. Szeregi potęgowe

Obliczyć promień zbieżności szeregu potęgowego

$$\begin{array}{llll} 888. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n} x^{n+7} & 889. \sum_{n=0}^{\infty} \binom{4n}{n} x^n & 890. \sum_{n=0}^{\infty} n! x^{n^2} & 891. \sum_{n=0}^{\infty} \binom{n+10}{n} x^n \\ 892. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!(3n)!}{(2n)!(2n)!} x^n & & & \end{array}$$

Wyznaczyć przedział zbieżności szeregu potęgowego

$$\begin{array}{llll} 893. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n x^n}{n^{10}} & 894. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 10^{n-1}} & 895. \sum_{n=0}^{\infty} 50^n x^{2n+5} & 896. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)} \\ 897. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{\sqrt{n^2+n}-n} & 898. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^{n+5} x^{3n+7}}{n \cdot 6^{2n}} & 899. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)! x^n}{(n!)^3} & 900. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+7} x^{6n}}{\sqrt{n}} \\ 901. \sum_{n=1}^{\infty} n! x^{2^n} & 902. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(54n+1)^n x^{3n}}{(81n+2)^n} & 903. \sum_{n=1}^{\infty} 10^{n^2} x^{n^3} & 904. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\binom{3n}{n} x^n}{n^2} \end{array}$$

905. Podać przykład szeregu potęgowego o promieniu zbieżności 2 i sumie równej 7 dla $x = 1$.

906. Podać przykład dwóch szeregów potęgowych o promieniach zbieżności 1, których suma jest szeregiem potęgowym o promieniu zbieżności 2.

907. Udowodnij, że

$$\left(\sum_{n=0}^{\infty} x^n \right) \left(\sum_{n=0}^{\infty} (-x)^n \right) = \sum_{n=0}^{\infty} x^{2n}$$

908. Podać przykład szeregów potęgowych, takich że $(\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n)(\sum_{n=0}^{\infty} b_n x^n) = 1$ dla wszystkich $|x| < 1$, mimo iż szeregi te nie są funkcjami stałymi.

Wyprowadzić wzór na pochodną rzędu n funkcji zmiennej x danej wzorem

$$\begin{array}{llllll} 909. \ln(x^{10}) & 910. x \ln x & 911. \sqrt{x} & 912. x^2 \sin x & 913. \frac{1-x}{1+x} & 914. x e^x \\ 915. \sin 5x & 916. x^7 & 917. e^{4x} & 918. x + \frac{1}{x} & 919. x^2 e^{-x} & 920. \sin^2 x \end{array}$$

Obliczyć sumy szeregów potęgowych

$$921. \sum_{n=0}^{\infty} x^{3n} \quad 922. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{2^n} \quad 923. \sum_{n=1}^{\infty} n x^n \quad 924. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$$

Rozwinąć daną funkcję w szereg potęgowy

$$925. \sqrt{x+2} \quad 926. \frac{1}{x+3} \quad 927. \ln(x+e)$$