

Reguła de l'Hospitala cd. i optymalizacja

Ćwiczenia tydzień 10 i Kolokwium 10

348. Rozważamy graniastosłupy prawidłowe o podstawie trójkątnej i objętości 1. Który z nich ma najmniejsze pole powierzchni całkowitej?

349. Potrzebna jest kadź w kształcie walca, otwarta u góry, której dno i bok wykonane są z tego samego materiału. Kadź ma mieć pojemność 257 hektolitrów. Jaki powinien być stosunek średnicy dna do wysokości kadzi, aby do jej wykonania potrzeba było jak najmniej materiału?

Znaleźć najmniejszą i największą wartość funkcji określonej podanym wzorem w podanym przedziale

350. $x^2 + 2x + 21$, $[-2, 7]$ **351.** $|x^2 - 1| + 3x$, $[-2, 2]$

352. $|x + 1| + x^2$, $[-10, 10]$ **353.** $|10x - 1| + x^3$, $[0, 1]$

354. $\ln x - \frac{x}{10}$, $[1, e^3]$ **355.** $|\sin x| + \frac{x}{2}$, $[0, 2\pi]$

356. $x^{\frac{1}{x}}$, $[2, 4]$ **357.** $3 \sin x + \sin 3x$, $[0, 2\pi]$

358. Niech $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{x^2} - 1}{\cos x - 1} & \text{dla } x \neq 0 \\ A & \text{dla } x = 0 \end{cases}$.

Dla którego A istnieje $f'(0)$ i ile wynosi?

359. Niech $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - \pi^2}{\sin x} & \text{dla } x \notin \{k\pi; k \in \mathbb{Z}\} \\ A_k & \text{dla } x = k\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$.

Dla których A_k ($k \in \mathbb{Z}$) istnieją $f'(k\pi)$ i ile wynoszą?

360. Niech $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x - 1}{\cos^2 x} & \text{dla } x \notin \{k\pi + \frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}\} \\ A_k & \text{dla } x = k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$.

Dla których A_k ($k \in \mathbb{Z}$) istnieją $f'(k\pi + \frac{\pi}{2})$ i ile wynoszą?

361. Niech $f(x) = \begin{cases} \frac{x(x-1)(x-2)(x-3)}{\sin(\pi x)} & \text{dla } x \notin \mathbb{Z} \\ x^2 - 2x & \text{dla } x \in \mathbb{Z} \end{cases}$.

Obliczyć $f'(x)$ dla tych $x \in \mathbb{Z}$, dla których istnieje.

362. Niech $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{7x} - 1}{x} & \text{dla } x \neq 0 \\ 1 & \text{dla } x = 0 \end{cases}$.

Obliczyć $f'(0)$.

363. Niech $f(x) = \begin{cases} \frac{\cos(\pi x) + 1}{\sin(\pi x)} & \text{dla } x \notin \mathbb{Z} \\ x^3 - x & \text{dla } x \in \mathbb{Z} \end{cases}$.

Obliczyć $f'(x)$ dla tych $x \in \mathbb{Z}$, dla których istnieje.

364. Niech

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{3x} - 3e^x + 2}{x^n} & \text{dla } x \neq 0 \\ A & \text{dla } x = 0 \end{cases}.$$

Znajdź A oraz największą liczbę naturalną $n \in \mathbb{N}$ takie, że istnieje $f'(0)$ i oblicz $f'(0)$.

365. Wyznaczyć najmniejszą i największą wartość funkcji

$$f(x) = x^2 + x - \sqrt{x^2 + x + \frac{1}{4}}$$

na przedziale $\left[-\frac{2}{3}, \frac{1}{4}\right]$ oraz podać, w których punktach te wartości są osiągane.

366. Wyznaczyć najmniejszą i największą wartość funkcji

$$f(x) = x - 4\sqrt{x} + \ln x$$

na przedziale $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$ oraz podać, w których punktach te wartości są osiągane.

367. Wyznaczyć najmniejszą i największą wartość funkcji

$$f(x) = -3x + (x^2 - 6x + 9)^{3/2}$$

na przedziale $[1, 5]$ oraz podać, w których punktach te wartości są osiągane.