

Liczby zespolone

Ćwiczenia tydzień 11: zad. 343-365

Kolokwium 11: zad 1-365

343. Sprawdzić, że

$$\sqrt{a+bi} = \pm \left(\sqrt{\frac{\sqrt{a^2+b^2}+a}{2}} + i \operatorname{sgn}(b) \sqrt{\frac{\sqrt{a^2+b^2}-a}{2}} \right),$$

jeśli $b \neq 0$.

Rozwiązać równania i układy równań.

344. $\bar{z} = z^2$ **345.** $\bar{z} = z^{-1}$ **346.** $1+i = z^2$ **347.** $3+4i = z^2$

348. $-3+4i = z^2$ **349.** $z^2+z = i$ **350.** $z^2+iz = 1$ **351.** $z = \bar{z}+1$

352. $z^2\bar{z} = 8i$ **353.** $z^4+10z^2+61 = 0$

354. $\begin{cases} z_1^2 = z_2 \\ z_2^2 = z_1 \end{cases}$ **355.** $\begin{cases} z_1^2 + z_2^2 = 1 \\ z_1 + z_2 = -1 \end{cases}$

356. $\begin{cases} z_1 + iz_2 = 1 \\ z_2 + iz_1 = 2 \end{cases}$ **357.** $\begin{cases} z_1 + \bar{z}_2 = 1 \\ \bar{z}_1 + z_2 = i \end{cases}$

358. $z^5 = 1$ (**Wsk.** $z^4 + z^3 + z^2 + z + 1 = (z^2 + az \pm 1)(z^2 + bz \pm 1)$)

Rozwiązać równania i nierówności. Zaznaczyć zbiór rozwiązań na płaszczyźnie zespolonej.

359. $\operatorname{Re} z + \operatorname{Re} z^2 \geq 0$ **360.** $3|z| \leq |z^2| + 1$ **361.** $|z| = |\bar{z} + 1|$

362. $|z+i| \leq |z-i|$ **363.** $\operatorname{Im} \frac{z}{z^2+1} = 0$ **364.** $\operatorname{Re} \frac{z+1}{z} = 0$

365. W trójkącie prostokątnym PQD kąt przy wierzchołku P jest prosty, a przy tym $PQ = 1$ i $PD = 4$. Ponadto punkt C jest środkiem odcinka PD , punkt A jest środkiem odcinka PC , punkt B jest środkiem odcinka AC . Punkt E leży na prostej PD , przy czym

$$\angle PQA + \angle PQB + \angle PQC = \angle PQD + \angle PQE.$$

Obliczyć PE .