

Szeregi potęgowe

Ćwiczenia tydzień 12: zad. 351-377

Kolokwium 24.05.10 zad 1-377

Obliczyć promień zbieżności szeregu potęgowego

$$351. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n} x^{n+7} \quad 352. \sum_{n=0}^{\infty} \binom{4n}{n} x^n \quad 353. \sum_{n=0}^{\infty} n! x^{n^2} \quad 354. \sum_{n=0}^{\infty} \binom{n+10}{n} x^n$$

$$355. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!(3n)!}{(2n)!(2n)!} x^n$$

Wyznaczyć przedział zbieżności szeregu potęgowego

$$356. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n x^n}{n^{10}} \quad 357. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 10^{n-1}} \quad 358. \sum_{n=0}^{\infty} 50^n x^{2n+5} \quad 359. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}$$

$$360. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{\sqrt{n^2+n-n}} \quad 361. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^{n+5} x^{3n+7}}{n \cdot 6^{2n}} \quad 362. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)! x^n}{(n!)^3} \quad 363. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+7} x^{6n}}{\sqrt{n}}$$

$$364. \sum_{n=1}^{\infty} n! x^{2n} \quad 365. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(54n+1)^n x^{3n}}{(81n+2)^n} \quad 366. \sum_{n=1}^{\infty} 10^{n^2} x^{n^3} \quad 367. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\binom{3n}{n} x^n}{n^2}$$

Obliczyć sumy szeregów potęgowych

$$368. \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^n \quad 369. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{2^n} \quad 370. \sum_{n=k}^{\infty} x^n \quad 371. \sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$$

372. Podać przykład szeregu potęgowego o promieniu zbieżności 2 i sumie równej 7 dla $x = 1$.

373. Podać przykład dwóch szeregów potęgowych o promieniach zbieżności 1, których suma jest szeregiem potęgowym o promieniu zbieżności 2.

374. Udowodnij, że

$$\left(\sum_{n=0}^{\infty} x^n \right) \left(\sum_{n=0}^{\infty} x^{-n} \right) = \sum_{n=0}^{\infty} x^{2n}$$

375. Udowodnij, że jeśli szereg potęgowy $\sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$ o promieniu zbieżności $R > 0$ zeruje się dla wszystkich $|x| < R$, to $c_n = 0$ dla $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$.

376. Udowodnij, że jeśli $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n = \sum_{n=0}^{\infty} b_n x^n$ dla wszystkich $|x| < R$, gdzie $R > 0$, to $a_n = b_n$ dla $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$.

377. Podać przykład szeregów potęgowych, takich że $(\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n) (\sum_{n=0}^{\infty} b_n x^n) = 1$ dla wszystkich $|x| < 1$, mimo iż szeregi te nie są funkcjami stałymi.