

Kolokwium nr 58: **piątek 20.01.2017**, godz. 8:15, materiał zad. 1–486, 501–722.

10. Pochodna funkcji (c.d.)

Zadania do omówienia na ćwiczeniach 17.01.2017 (grupa 1 lux).

716. Wyznaczyć największą liczbę całkowitą dodatnią n , dla której istnieje taka liczba rzeczywista A , że funkcja

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{-x} - 1 + \ln(x+1)}{x^n} & \text{dla } x \neq 0 \\ A & \text{dla } x = 0 \end{cases}$$

jest różniczkowalna w zerze i obliczyć $f'(0)$ dla tych wartości n i A .

717. Niech $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ będzie funkcją określoną wzorem

$$f(x) = -5x + \ln(e^{2x} + e^{8x}).$$

Udowodnić, że dla dowolnej liczby rzeczywistej x prawdziwa jest nierówność

$$|f'(x)| < 3.$$

718. Funkcja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ jest różniczkowalna. Wiadomo, że

$$f(0) = 0, \quad f(3) = 9, \quad f(5) = 11.$$

Dowieść, że istnieje taka liczba rzeczywista x , że $f'(x) = 2$.

719. Funkcja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ma ciągłą pochodną rzędu pierwszego na całej prostej. Wiadomo, że $f(0) = 0$, $f(7) = 12$, a ponadto dla dowolnej liczby rzeczywistej x zachodzi nierówność

$$1 < f'(x) < 2.$$

Dowieść, że wówczas zachodzi nierówność

$$|f(4) - \dots\dots\dots| < 1.$$

W miejsce kropek należy wpisać **konkretną** liczbę rzeczywistą (niezależną od f !!!).

720. Obliczyć granicę (ciągu)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}}{e^n}.$$

721. Obliczyć granicę (ciągu)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^3}}{e^{n^2 + pn}}$$

dla tak dobranej wartości rzeczywistej parametru p , aby granica ta była dodatnia i skończona.

722. Funkcja ciągła $f: [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ dana jest wzorem $f(x) = x^x$ dla $x > 0$. Obliczyć pochodną prawostronną $f'(0^+)$ albo wykazać, że nie istnieje.