

Funkcje. Granica i ciągłość.

Ćwiczenia tydzień 6 i Kolokwium nr 6

Uwaga: Zapis $\operatorname{sgn}(x)$ oznacza znak liczby x :

$\operatorname{sgn}(x) = 1$ dla $x > 0$

$\operatorname{sgn}(x) = 0$ dla $x = 0$

$\operatorname{sgn}(x) = -1$ dla $x < 0$

Uwaga: Zapis $\{x\}$ oznacza część ułamkową liczby x .

$\{x\} = x - [x]$, gdzie $[x]$ oznacza część całkowitą liczby x .

Naszkicować wykres funkcji f danej wzorem

180. $\operatorname{sgn}(\sin x)$ **181.** $\operatorname{sgn}(x^3 - x)$ **182.** $x^3 \operatorname{sgn}(x)$ **183.** $\{x\} - (\{x\})^2$

$$\mathbf{184.} \ f(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x < 0 \\ x & \text{dla } 0 \leq x < 1 \\ -x^2 + 4x - 2 & \text{dla } 1 \leq x < 3 \\ 4 - x & \text{dla } x \geq 3 \end{cases}$$

185. $f(x) = \begin{cases} x & \text{dla } x \neq 2 \\ \operatorname{sgn}(x) & \text{dla } x = 2 \end{cases}$ **186.** $\frac{x^4 - 1}{x^2 - 1}$ **187.** $\frac{1}{\{x\}}$

188. $f(x) = |x^2 - 1| - |x^2 - 4|$ **189.** $f(x) = |x^2 - 8x + 15|$ **190.** $|[x + \frac{1}{2}] - x|$

191. $f(x) = x^2 + x + 2 - |x^2 - x - 2|$ **192.** $f(x) = \{\cos x\}$

193. $f(x) = [\frac{4}{\pi} \arctg x]$ **194.** $f(x) = [x] + x$ **195.** $f(x) = \{x\} + x$ **196.** $f(x) = [x - \frac{1}{2}]$

Obliczyć następujące granice:

197. $\lim_{x \rightarrow 7} \left(\frac{1}{x-7} - \frac{8}{x^2 - 6x - 7} \right)$ **198.** $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x}$ **199.** $\lim_{x \rightarrow 0} e^{-1/x^2}$

200. $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt[3]{x} - 2}{x - 8}$ **201.** $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{x + 2}$ **202.** $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 6x + 5}{x - 5}$

203. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right)$ **204.** $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{2008} - 1}{x^{10} - 1}$ **205.** $\lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{8x^3 - 1}{6x^2 - 5x + 1}$

206. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 3x^2 + 2x}{x^2 - x - 6}$ **207.** $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ **208.** $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)\sqrt{2-x}}{x^2 - 1}$

209. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x}}$ **210.** $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$ **211.** $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$ **212.** $\lim_{x \rightarrow 0+} \frac{\ln x}{1 + \ln x}$

213. $\lim_{x \rightarrow 0+} \frac{2^{1/x} + 1}{2^{1/x} - 1}$ **214.** $\lim_{x \rightarrow 0-} \frac{2^{1/x} + 1}{2^{1/x} - 1}$ **215.** $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^{1/x} - 1}{2^{1/x} + 1}$

216. Dla których wartości parametrów a, b funkcja f określona wzorem

$$f(x) = \begin{cases} ax + b & \text{dla } x < 1 \\ x^2 & \text{dla } 1 \leq x < 2 \\ ax - b & \text{dla } 2 \leq x \end{cases}$$

jest ciągła? Naszkicować wykres funkcji f dla każdej pary parametrów (a, b) , dla których funkcja f jest ciągła.

217. Dla których wartości parametrów a, b funkcja f określona wzorem

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{dla } x < 1 \\ x^2 + ax + b & \text{dla } 1 \leq x < 2 \\ x + 3 & \text{dla } 2 \leq x \end{cases}$$

jest ciągła? Naszkicować wykres funkcji f dla każdej pary parametrów (a, b) , dla których funkcja f jest ciągła.