

Szeregi liczbowe cd.

Ćwiczenia tydzień 8: zad. 227-257

Kolokwium nr 7, 26.04.2010: materiał zad. 1-257

Które z następujących szeregów są bezwzględnie zbieżne, które warunkowo zbieżne, a które rozbieżne:

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{227.} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1} \quad \mathbf{228.} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2 3^n} \quad \mathbf{229.} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n-1)^3} \\
 & \mathbf{230.} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} n+1}{n} \quad \mathbf{231.} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{(n+4)(n+9)}} \quad \mathbf{232.} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot 2^{10^n}}{3^{2^n}} \\
 & \mathbf{233.} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} n^3}{2^n} \quad \mathbf{234.} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n-\sqrt{n}} \quad \mathbf{235.} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} 2^{n^2}}{n!} \\
 & \mathbf{236.} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n+17}{3^n} \quad \mathbf{237.} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n!+1}}{n!} \quad \mathbf{238.} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n^2}}{(n+3)^{1/4}} \quad \mathbf{239.} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n(n+1)} (-1)^n \\
 & \mathbf{240.} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}} \left(1 + \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}\right) \quad \mathbf{241.} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n\sqrt{4^n+3^n}} \quad \mathbf{242.} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+5\sqrt{n}+27} \\
 & \mathbf{243.} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\binom{2n}{n}}{n!} \quad \mathbf{244.} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^{1/n}} \quad \mathbf{245.} \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n+2}-\sqrt{n}) (-1)^n \quad \mathbf{246.} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-n)^n}{(n+2)^n}
 \end{aligned}$$

247. Czy możemy ocenić zbieżność szeregu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, jeżeli wiemy, że

$$\mathbf{a)} \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0 \quad \mathbf{b)} \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -\frac{1}{4} \quad \mathbf{c)} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = -\frac{5}{4} \quad \mathbf{d)} a_n - a_{n+1} \geq \frac{1}{n}$$

248. Podać sumę szeregu, jeżeli szereg jest zbieżny.

$$\mathbf{a)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{6^n} \quad \mathbf{b)} \sum_{n=5}^{\infty} \frac{1}{(-6)^n} \quad \mathbf{c)} \sum_{n=-2}^{\infty} \frac{1}{8^n} \quad \mathbf{d)} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(-1)^n}{8^n}$$

249. Zbadać zbieżność szeregu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\binom{2n}{n} \cdot n! \cdot a^n}{n^n}$$

w zależności od parametru rzeczywistego dodatniego a . Dla jednej wartości a można nie udzielić odpowiedzi.

Obliczyć sumę szeregu

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{250.} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \quad \mathbf{251.} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2-1} \quad \mathbf{252.} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n} \\
 & \mathbf{253.} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1) \cdot (-1)^n}{n(n+1)} \quad \mathbf{254.} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)!}
 \end{aligned}$$

Wyznaczyć kresy zbiorów

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{255.} \left\{ \sum_{n=1}^N \left(-\frac{1}{2}\right)^n : N \in \mathbb{N} \right\} \quad \mathbf{256.} \left\{ \sum_{n=M}^N \left(-\frac{1}{2}\right)^n : M, N \in \mathbb{N} \wedge M < N \right\} \\
 & \mathbf{257.} \left\{ \sum_{n=M}^{\infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^n : M \in \mathbb{N} \right\}
 \end{aligned}$$