

## Funkcje. Granica i ciągłość.

Ćwiczenia tydzień 8: zad. 241-278

Kolokwium nr 8, 23.04.2012: materiał zad. 1-278

**Uwaga:** Zapis  $\operatorname{sgn}(x)$  oznacza znak liczby  $x$  :

$$\operatorname{sgn}(x) = 1 \text{ dla } x > 0$$

$$\operatorname{sgn}(x) = 0 \text{ dla } x = 0$$

$$\operatorname{sgn}(x) = -1 \text{ dla } x < 0$$

**Uwaga:** Zapis  $\{x\}$  oznacza część ułamkową liczby  $x$ .

$\{x\} = x - [x]$ , gdzie  $[x]$  oznacza część całkowitą liczby  $x$ .

Naszkicować wykres funkcji  $f$  danej wzorem

241.  $\operatorname{sgn}(\sin x)$     242.  $\operatorname{sgn}(x^3 - x)$     243.  $x^3 \operatorname{sgn}(x)$     244.  $\{x\} - (\{x\})^2$

$$245. f(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x < 0 \\ x & \text{dla } 0 \leq x < 1 \\ -x^2 + 4x - 2 & \text{dla } 1 \leq x < 3 \\ 4 - x & \text{dla } x \geq 3 \end{cases}$$

246.  $f(x) = \begin{cases} x & \text{dla } x \neq 2 \\ \operatorname{sgn}(x) & \text{dla } x = 2 \end{cases}$     247.  $\frac{x^4 - 1}{x^2 - 1}$     248.  $\frac{1}{\{x\}}$

249.  $f(x) = |x^2 - 1| - |x^2 - 4|$     250.  $f(x) = |x^2 - 8x + 15|$     251.  $|\left[x + \frac{1}{2}\right] - x|$

252.  $f(x) = x^2 + x + 2 - |x^2 - x - 2|$     253.  $f(x) = \{\cos x\}$

254.  $f(x) = \left[\frac{4}{\pi} \operatorname{arctg} x\right]$     255.  $f(x) = [x] + x$     256.  $f(x) = \{x\} + x$     257.  $f(x) = \left[\left|x - \frac{1}{2}\right|\right]$

Obliczyć następujące granice:

258.  $\lim_{x \rightarrow 7} \left( \frac{1}{x-7} - \frac{8}{x^2 - 6x - 7} \right)$     259.  $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x}$     260.  $\lim_{x \rightarrow 0} e^{-1/x^2}$

261.  $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt[3]{x} - 2}{x - 8}$     262.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{x + 2}$     263.  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 6x + 5}{x - 5}$

264.  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right)$     265.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{2008} - 1}{x^{10} - 1}$     266.  $\lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{8x^3 - 1}{6x^2 - 5x + 1}$

267.  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 3x^2 + 2x}{x^2 - x - 6}$     268.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$     269.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)\sqrt{2-x}}{x^2 - 1}$

270.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x}}$     271.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$     272.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$     273.  $\lim_{x \rightarrow 0+} \frac{\ln x}{1 + \ln x}$

274.  $\lim_{x \rightarrow 0+} \frac{2^{1/x} + 1}{2^{1/x} - 1}$     275.  $\lim_{x \rightarrow 0-} \frac{2^{1/x} + 1}{2^{1/x} - 1}$     276.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^{1/x} - 1}{2^{1/x} + 1}$

277. Dla których wartości parametrów  $a, b$  funkcja  $f$  określona wzorem

$$f(x) = \begin{cases} ax + b & \text{dla } x < 1 \\ x^2 & \text{dla } 1 \leq x < 2 \\ ax - b & \text{dla } 2 \leq x \end{cases}$$

jest ciągła? Naszkicować wykres funkcji  $f$  dla każdej pary parametrów  $(a, b)$ , dla których funkcja  $f$  jest ciągła.

278. Dla których wartości parametrów  $a, b$  funkcja  $f$  określona wzorem

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{dla } x < 1 \\ x^2 + ax + b & \text{dla } 1 \leq x < 2 \\ x + 3 & \text{dla } 2 \leq x \end{cases}$$

jest ciągła? Naszkicować wykres funkcji  $f$  dla każdej pary parametrów  $(a, b)$ , dla których funkcja  $f$  jest ciągła.