

Funkcje. Granica i ciągłość.

Ćwiczenia tydzień 8: zad. 241-278

Kolokwium nr 8: materiał zad. 1-278

Uwaga: Zapis $\operatorname{sgn}(x)$ oznacza znak liczby x :

$\operatorname{sgn}(x) = 1$ dla $x > 0$

$\operatorname{sgn}(x) = 0$ dla $x = 0$

$\operatorname{sgn}(x) = -1$ dla $x < 0$

Uwaga: Zapis $\{x\}$ oznacza część ułamkową liczby x .

$\{x\} = x - [x]$, gdzie $[x]$ oznacza część całkowitą liczby x .

Naszkicować wykres funkcji f danej wzorem

241. $\operatorname{sgn}(\sin x)$ 242. $\operatorname{sgn}(x^3 - x)$ 243. $x^3 \operatorname{sgn}(x)$ 244. $\{x\} - (\{x\})^2$

$$245. f(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x < 0 \\ x & \text{dla } 0 \leq x < 1 \\ -x^2 + 4x - 2 & \text{dla } 1 \leq x < 3 \\ 4 - x & \text{dla } x \geq 3 \end{cases}$$

246. $f(x) = \begin{cases} x & \text{dla } x \neq 2 \\ \operatorname{sgn}(x) & \text{dla } x = 2 \end{cases}$ 247. $\frac{x^4 - 1}{x^2 - 1}$ 248. $\frac{1}{\{x\}}$

249. $f(x) = |x^2 - 1| - |x^2 - 4|$ 250. $f(x) = |x^2 - 8x + 15|$ 251. $|[x + \frac{1}{2}] - x|$

252. $f(x) = x^2 + x + 2 - |x^2 - x - 2|$ 253. $f(x) = \{\cos x\}$

254. $f(x) = [\frac{4}{\pi} \arctg x]$ 255. $f(x) = [x] + x$ 256. $f(x) = \{x\} + x$ 257. $f(x) = [x - \frac{1}{2}]$

Obliczyć następujące granice:

258. $\lim_{x \rightarrow 7} \left(\frac{1}{x-7} - \frac{8}{x^2 - 6x - 7} \right)$ 259. $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x}$ 260. $\lim_{x \rightarrow 0} e^{-1/x^2}$

261. $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt[3]{x} - 2}{x - 8}$ 262. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{x + 2}$ 263. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 6x + 5}{x - 5}$

264. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right)$ 265. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{2008} - 1}{x^{10} - 1}$ 266. $\lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{8x^3 - 1}{6x^2 - 5x + 1}$

267. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 3x^2 + 2x}{x^2 - x - 6}$ 268. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ 269. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)\sqrt{2-x}}{x^2 - 1}$

270. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x}}$ 271. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$ 272. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$ 273. $\lim_{x \rightarrow 0+} \frac{\ln x}{1 + \ln x}$

274. $\lim_{x \rightarrow 0+} \frac{2^{1/x} + 1}{2^{1/x} - 1}$ 275. $\lim_{x \rightarrow 0-} \frac{2^{1/x} + 1}{2^{1/x} - 1}$ 276. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^{1/x} - 1}{2^{1/x} + 1}$

277. Dla których wartości parametrów a, b funkcja f określona wzorem

$$f(x) = \begin{cases} ax + b & \text{dla } x < 1 \\ x^2 & \text{dla } 1 \leq x < 2 \\ ax - b & \text{dla } 2 \leq x \end{cases}$$

jest ciągła? Naszkicować wykres funkcji f dla każdej pary parametrów (a, b) , dla których funkcja f jest ciągła.

278. Dla których wartości parametrów a, b funkcja f określona wzorem

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{dla } x < 1 \\ x^2 + ax + b & \text{dla } 1 \leq x < 2 \\ x + 3 & \text{dla } 2 \leq x \end{cases}$$

jest ciągła? Naszkicować wykres funkcji f dla każdej pary parametrów (a, b) , dla których funkcja f jest ciągła.