

Pochodna

Ćwiczenia tydzień 8 i Kolokwium 8

Oblicz pochodną następujących funkcji

- 254.** $3x^{33} - 5x + 1$ **255.** $(\sqrt{x} + 1) \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - 1 \right)$ **256.** $\frac{1 - x^3}{1 + x^3}$ **257.** $(x^5 + 1)^{20}$
258. $(1 + \sqrt{x})(1 + x^{1/3})(1 + x^{1/4})$ **259.** $\frac{x + 1}{x - 1}$ **260.** $\frac{x}{x^2 + 1}$ **261.** $(1 + 2x)^{30}$
262. $\left(\frac{1}{1 + x^2} \right)^{1/3}$ **263.** $\frac{1}{\sqrt{1 - x^4 - x^8}}$ **264.** 2^{x+3} **265.** $x10^x$ **266.** $\frac{x}{e^x}$
267. $x^2(x + 1)e^x$ **268.** $e^x \ln x$ **269.** $\frac{\ln x}{e^x}$ **270.** e^{x^2} **271.** $x^{10} \ln x$
272. e^{e^x} **273.** $\ln \ln x$ **274.** $\log_{10}(x - 1)$ **275.** 10^{2x-3} **276.** 2^{3^x}
277. $\log_2 |\log_3 (\log_5 x)|$ **278.** $e^{\sqrt{\ln x}}$ **279.** x^{x^2} **280.** x^{x^x} **281.** $x^{\sqrt{x}}$
282. $(\ln x)^x$ **283.** $e^{-x^2} \ln x$ **284.** $\left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right)^{10}$ **285.** $x^5(x^6 - 8)^{1/3}$
286. $e^{2x+3} \left(x^2 - x + \frac{1}{2} \right)$ **287.** $\ln \frac{1}{1+x}$ **288.** $\frac{e^{x^2}}{e^x + e^{-x}}$ **289.** $|x|^3$
290. $\operatorname{sgn}(x)$ **291.** 0 dla $x < 0$, x^2 dla $x \geq 0$ **292.** $e^{-|x|}$ **293.** $\sqrt{\sqrt{1+x^2} - 1}$
294. $\{x\}$ **295.** x dla $x < 0$, x^2 dla $x \geq 0$ **296.** $\operatorname{sgn}(x^5 - x^3)$ **297.** $\frac{\pi^{10}}{x - e}$
298. e^x dla $x < 0$, $1 + x$ dla $x \geq 0$ **299.** $x^7 + e^2$ **300.** $(x + e)^{20}$ **301.** e^π
302. $\frac{1}{\cos x}$ **303.** $\frac{x^3 \ln x}{x^2 + 1}$ **304.** $x^3 e^{x^2}$ **305.** $x^{\frac{1}{x}}$ **306.** $\frac{1}{\ln x}$ **307.** $\frac{\sin x}{x}$
308. $\frac{\cos(x^2) \ln(2x)}{\sqrt{x^2 + 1}}$ **309.** $\ln|x|$ **310.** $\ln \sqrt{x}$ **311.** $x^{\frac{1}{\ln(x)}}$ **312.** $\frac{x^2 - \operatorname{tg}(x)}{x^3 e^{\sqrt{x}}}$

Niech f i g będą różniczkowalne. Oblicz pochodną następujących funkcji

- 313.** $f^2 g$ **314.** $\frac{f^3}{g}$ **315.** $f - 3g^2$ **316.** $\sin(f + g^2)$ **317.** $\cos(fg)$ **318.** $\ln\left(\frac{f}{g}\right)$
319. $\frac{1}{f + g}$ **320.** $f(g(f))$ **321.** $fg \operatorname{arctg}(f)$ **322.** $\frac{1}{\sqrt{f}} + \sqrt[4]{g}$ **323.** f^g

DEFINICJA POCHODNEJ funkcji f w punkcie a :

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

324. Niech $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$. Korzystając z **definicji** pochodnej obliczyć $f'(8)$.

325. Niech $f(x) = x^5$. Korzystając z **definicji** pochodnej wyprowadzić wzór na $f'(x)$.

326. Korzystając z **definicji** pochodnej wyprowadzić wzór na pochodną funkcji

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}.$$

327. Chcemy zaokrąglić modułowi *dzióbek*. Niech n będzie liczbą naturalną. Dobrać takie a, b, c zależne od n , aby funkcja

$$f_n(x) = \begin{cases} |x| & \text{dla } |x| \geq 1/n \\ ax^2 + bx + c & \text{dla } |x| < 1/n \end{cases}$$

była różniczkowalna. Obliczyć f'_n . Naszkicować wykres funkcji f_n oraz wykres jej pochodnej.

328. Wyprowadzić wzór na pochodną funkcji

$$f(x) = \frac{7 + \sin^4 x - \sin^2 x}{7 + \cos^4 x - \cos^2 x}.$$

Doprowadzić wzór na pochodną do możliwie najprostszej postaci.

329. Podać (z wyprowadzeniem i uzasadnieniem poprawności) przykład takiego wielomianu $W(x)$ stopnia trzeciego o współczynnikach całkowitych, że funkcja $f(x) = W(\{x\})$ jest różniczkowalna.