

## Lista 1-1

1. Uprość poniższe wyrażenie tak, aby po uproszczeniu uzyskać liczbę naturalną

$$\frac{12^{x+1} - 12^x}{2^{2x} \cdot 3^x}.$$

Uwaga: W powyższym wyrażeniu  $x$  oznacza dowolną liczbę rzeczywistą.

2. Uprość poniższe wyrażenie tak, aby po uproszczeniu uzyskać liczbę naturalną

$$\log_5(2^3 \cdot 5^7 - 2^4 \cdot 5^6) - \log_5(2^{11} + 952).$$

Wskazówka: Podziel 952 przez 8.

3. Uzasadnij, która z poniższych liczb jest całkowita, a która nie jest:

$$\frac{\sqrt{63} \cdot \sqrt[3]{24}}{\sqrt{28} \cdot \sqrt[6]{9}}, \quad \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} - 1}, \quad \log_{\sqrt{5}}(25) \cdot \log_{\frac{1}{3}}(\sqrt{27}), \quad \frac{\log_3 5}{\log_3 2}.$$

4. Rozwiąż równanie

$$\log_2 x + \log_x 2 = \frac{5}{2}.$$

Przypomnienie:  $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ .

5. Rozwiąż poniższe równania kwadratowe:

a)  $x^2 + x - 1 = 0$ ,

b)  $2x^2 - 3x + 1 = 0$ .

6. Rozwiąż równania kwadratowe rozkładając poniższe wielomiany na czynniki:

a)  $x^2 + x - 6 = 0$ ,

b)  $6x^2 - x - 1 = 0$ .

7. Rozwiąż nierówność

$$\frac{6x}{x-4} \leq x + 4.$$

8. Rozwiąż nierówność

$$\sqrt{x+5} \leq x - 1.$$

9. Rozwiąż równanie

$$\left|x - \frac{1}{2}\right| = \sqrt{\frac{1}{3} - x}.$$

10. Rozwiąż nierówność

$$\left|\frac{x-1}{x+2}\right| \geq 3.$$

**G1\*** Dla dodatnich liczb rzeczywistych  $x, y \neq 1$  oceń, które z poniższych wyrażen jest większe:

$$x^{\frac{1}{\ln(x)}}, \quad \text{czy} \quad \ln(y^2) + \log_y(e^2),$$

a) w przypadku gdy  $y < 1$ ,

b) w przypadku gdy  $y > 1$ .

Uwaga: W powyższym zadaniu  $\ln$  to  $\log_e$ , gdzie  $e = 2,71\dots$