

Lista 2-1

21. Przekształć poniższe równanie okręgu tak, aby znaleźć jego środek i promień

$$x^2 - 4x + y^2 + 2y = 4.$$

22. Rozwiąż równania:

a) $x + 2 + \frac{4}{x-2} = 0,$

b) $x - 1 + \frac{2}{x^2 + x + 1} = 0.$

Wskazówka: Postaraj się wykorzystać wzory skróconego mnożenia.

23. Naszkicuj na układzie współrzędnych zbiór rozwiązań równania

$$x^2 - y = x - \sqrt{y}.$$

Wskazówka: Postaraj się wykorzystać wzór skróconego mnożenia.

24. Korzystając ze wzorów skróconego mnożenia uzasadnij, że

a) $9^{336} - 2^{672}$ dzieli się przez 5,

b) $3^{333} + 2^{222}$ dzieli się przez 31.

25. Rozwiąż równanie

$$\sin(x) + \cos(x) = 0$$

a) dla $x \in [0, 2\pi],$

b) dla $x \in \mathbb{R}.$

26. Kąt α jest ostry i spełnia warunek

$$\frac{2 \sin(\alpha) + 3 \cos(\alpha)}{\sin(\alpha)} = 4.$$

Oblicz tangens kąta α .

27. Oblicz poniższą różnicę korzystając z dwumianu Newtona

$$(x+1)^4 - (x-1)^3.$$

28. Zbadaj (bez użycia kalkulatora), która liczba jest większa:

$$\binom{10}{5}, \quad \text{czy} \quad \binom{11}{4}.$$

29. Sprawdź, że dla liczb naturalnych $k \leq n$ zachodzi równanie

$$\binom{n}{k} k = n \binom{n-1}{k-1}.$$

30. Oblicz sumę

$$\sum_{k=1}^n (2k-1).$$

Wskazówka: Jest to suma ciągu arytmetycznego.