

Lista 2-2

41. Uporządkuj rosnąco następujące liczby:

$$\binom{100}{7}, \binom{100}{27}, \binom{100}{47}, \binom{100}{57}, \binom{100}{77}, \binom{100}{97}.$$

42. Rozwiąż równania korzystając ze wzorów skróconego mnożenia:

a) $x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1 = 0$,

b) $x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0$.

43. Oblicz sumę

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k}.$$

Wskazówka: $(1 + 1)^n$.

44. Kąt α jest ostry i spełnia warunek $\operatorname{tg}(\alpha) = 2$. Oblicz sinus kąta α .

Wskazówka: Możesz rozrysować tę sytuację na trójkącie prostokątnym.

45. Rozwiąż równanie dla $x \in [0, 2\pi]$

$$(2 \cos(x) + 1)(\cos(x) - 1) = 2 \cos(2x).$$

Przypomnienie: $\cos(2x) = \cos^2(x) - \sin^2(x)$.

46. Uprość wyrażenie

$$\frac{7 + \sin^4 x - \sin^2 x}{7 + \cos^4 x - \cos^2 x}.$$

47. Uprość wyrażenia korzystając ze wzorów skróconego mnożenia:

a) $(x + 2)^2 - \frac{2(x - 1)^2}{x - 2}$,

b) $\frac{a^4 - b^4}{(a^2 + b^2)(a - b)} - \frac{b^3}{a^2 - ab + b^2}$.

48. Zapisz wzór skróconego mnożenia dla $a^n - b^n$ korzystając z notacji sumacyjnej.

49. Rozwiąż nierówność

$$\frac{x^2 - 2}{x - \sqrt{2}} + \frac{1}{x - 1} < \sqrt{2} - 1.$$

Wskazówka: Najpierw uprość pierwszy ułamek.

50. Sprawdź, że dla $k < \frac{n-1}{2}$ zachodzi nierówność

$$\binom{n}{k} < \binom{n}{k+1}.$$

G4* Czy liczba

$$3^{2016} - 2^{3024}$$

dzieli się przez 217? Uzasadnij swą odpowiedź.