

## Lista 3-2

61. Podaj kolejny wyraz ciągu i wzór na wyraz ogólny tego ciągu

a)  $2, -2, 2, -2, 2, ?$    b)  $4, 7, 10, 13, 16, ?$    c)  $1, -\frac{3}{2}, \frac{9}{4}, -\frac{27}{8}, \frac{81}{16}, ?$    d)  $\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{5}{7}, ?$

62. Korzystając z metody różnicowej podaj kolejny wyraz ciągu

a)  $0, 6, 24, 60, 120, 210, ?$    b)  $1, 2, 5, 12, 27, 58, ?$

63. O ciągu arytmetycznym  $(a_n)$  wiadomo, że  $a_{23} = 22$  oraz  $a_{2022} = 2$ . Oblicz

$$\sum_{n=23}^{2022} a_n.$$

Przypomnienie: Powyższa suma to  $a_{23} + a_{24} + \dots + a_{2022}$ .

64. Oblicz poniższe sumy dla  $x \neq \pm 1$  korzystając ze wzoru na sumę wyrazów ciągu geometrycznego

a)  $1 + x + x^2 + x^3 + x^4$    b)  $1 - x + x^2 - x^3 + x^4$    c)  $1 + x^2 + x^4 + x^6 + x^8$

65. Zbadaj monotoniczność ciągów

a)  $n - \sqrt{n}$ ,   b)  $\frac{2n+3}{n+1}$ ,   c)  $\frac{2n-3}{n+1}$ ,   d)  $\sin(n\pi)$ ,   e)  $\cos(n\pi)$ .

66. Zbadaj monotoniczność ciągów  $a_n = n^2$ ,  $b_n = -\frac{1}{n}$  oraz ciągu  $a_n \cdot b_n$ .

67. Oblicz granice ciągów

a)  $\frac{2n^2-3}{3n+1}$ ,   b)  $\frac{3n^2+3n}{5n^2-2}$ ,   c)  $\frac{n^4-4}{n^5-5n}$ ,   d)  $\frac{n^\pi - e}{\pi - n^e}$ .

68. Oblicz granice ciągów

a)  $\frac{n+1}{n+\sqrt{n^2-1}}$ ,   b)  $\sqrt{n^2+n} - n$ ,   c)  $\left(\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}\right)^n$ ,   d)  $\left(\frac{n+1}{n+2}\right)^{\frac{1}{n}}$ .

69. Oblicz granice ciągów

a)  $\left(1 + \frac{7}{n}\right)^n$ ,   b)  $\left(1 - \frac{1}{3n}\right)^n$ ,   c)  $\left(3 - \frac{7}{n}\right)^n$ ,   d)  $\left(\frac{n-7}{n+3}\right)^n$ .

70. Zbadaj zbieżność ciągów

a)  $\left(1 - \frac{7}{\sqrt{n}}\right)^{\sqrt{n}}$ ,   b)  $\left(\frac{n^2+7}{3n-1}\right)^n$ ,   c)  $n(1+(-1)^n)$ ,   d)  $\frac{1}{n}(1+(-1)^n)$ .

G6\* Podaj wzór ogólny dla ciągów z zad. 62.

G7\* Korzystając ze wzoru na ciąg arytmetyczny:  $a_n = a_1 + (n-1)r$  sprawdź, że

$$a_{\frac{m+n}{2}} = \frac{a_m + a_n}{2},$$

gdy  $m+n$  jest liczbą parzystą.