Lista 4-2

81. Dla ciągu $a_n = n$ oblicz

$$s_N = \sum_{n=1}^{N} a_n \quad \text{oraz} \quad \sum_{n=1}^{\infty} a_n.$$

82. O ciągu (a_n) wiadomo, że

$$s_N = \sum_{n=1}^{N} a_n = \frac{1}{N}.$$

Oblicz $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

83. Korzystając ze wzoru na sumę szeregu geometrycznego oblicz sumę szeregów:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^{2n}}.$$

84. Korzystając ze wzoru na sumę szeregu geometrycznego oblicz sumę szeregów:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n - 2^n}{5^n}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{\frac{n+1}{2}}}{2^{2n-1}}.$$

85. Zbadaj zbieżność szeregu geometrycznego

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{2} \right)^n.$$

86. Korzystając z testu na rozbieżność szeregu uzasadnij, że poniższe szeregi są rozbieżne

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n.$$

87. Korzystając z testu na rozbieżność szeregu uzasadnij, że poniższe szeregi są rozbieżne

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-7}{3n+4}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n}\right)^{\frac{1}{n}}.$$

88. Wskaż, które z poniższych szeregów są zbieżne, a które rozbieżne

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^4}}.$$

89. Korzystając z kryterium porównawczego uzasadnij, że poniższe szeregi są zbieżne

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n + 2^n}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3 + 2}}.$$

90. Korzystając z kryterium porównawczego uzasadnij, że poniższe szeregi są rozbieżne

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n^2}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n} - \sqrt{n-1}).$$

G8* Podaj wzór ogólny ciągu (a_n) z zad. 82.