

Lista 5-1

81. Korzystając z kryterium zbieżności bezwzględnej uzasadnij, że poniższe szeregi są zbieżne

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^3}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n)}{n^2}.$$

82. Korzystając z kryterium Cauchy'ego uzasadnij, że poniższe szeregi są zbieżne

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{3^n}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{3n+2} \right)^n.$$

83. Korzystając z kryterium d'Alemberta uzasadnij, że poniższe szeregi są zbieżne

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{n!}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3)^n}{(n+1)!}.$$

84. Korzystając z kryterium Leibniza uzasadnij, że poniższe szeregi są zbieżne

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{n^2}.$$

85. Oblicz sumę szeregu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}} \right).$$

86. Uzasadnij bez użycia kalkulatora, że

$$1,4 < \sqrt{2} < 1,5.$$

87. Uzasadnij bez użycia kalkulatora, że

$$10^{606} < 3^{2022}.$$

Wskazówka: $10^3 < 2^{10}$.

88. Zbadaj bez użycia kalkulatora, która liczba jest większa:

$$\sqrt{10} \quad \text{czy} \quad \sqrt{2} + \sqrt{3}.$$

89. Zbadaj bez użycia kalkulatora, która liczba jest większa:

$$\cos(1) \quad \text{czy} \quad \frac{1}{2}.$$

Wskazówka: $\frac{1}{2} = \cos(?)$.

90. Zbadaj bez użycia kalkulatora, która liczba jest większa:

$$\log_2 3 \quad \text{czy} \quad \log_3 4.$$

G9* Oblicz sumę szeregu

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2 - 1}.$$