

Lista 6-1

Uwaga: W poniższych zadaniach x oznacza liczbę rzeczywistą.

101. Podaj wzór i znajdź dziedzinę funkcji $g(x) = f(x + 2)$, gdzie $f(x) = \frac{x^3 + 1}{3x}$.

102. Podaj wzór i naszkicuj wykres funkcji $g(x) = f(x - 3) + 1$, gdzie $f(x) = |x|$.

103. Czy prawdą jest, że dla wszystkich $x \neq 0$ zachodzi równanie

$$\log_3(x^2) = 2 \cdot \log_3(x)?$$

Zastanów się jak poprawić prawą stronę powyższego równania tak, aby było ono prawdziwe dla wszystkich $x \neq 0$.

104. Wyznacz dziedzinę funkcji

a) $f(x) = \ln(x - 1) + \ln(x)$,

b) $g(x) = \ln((x - 1) \cdot x)$.

c) Zastanów się, czy $f(x) = g(x)$.

Przypomnienie: $\ln(x) = \log_e(x)$, gdzie $e = 2,71\dots$

105. Podaj wzór i znajdź dziedzinę funkcji $f \circ g$ oraz $g \circ f$, dla

a) $f(x) = \ln(x)$, $g(x) = \sqrt{x}$,

b) $f(x) = -e^x$, $g(x) = \sqrt{x + 1}$.

106. Znajdź wzór funkcji g odwrotnej do funkcji

a) $f(x) = x^5 + 3$,

b) $f(x) = 2e^x + 1$.

107. Podaj następujące wartości funkcji arctg :

$$\operatorname{arctg}(0), \operatorname{arctg}(1), \operatorname{arctg}(-1), \operatorname{arctg}(\sqrt{3}), \operatorname{arctg}(-\sqrt{3}), \operatorname{arctg}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right).$$

108. Naszkicuj kąt $\alpha = \operatorname{arctg}(2)$.

109. Wskaż, które z poniższych funkcji są parzyste, a które są nieparzyste:

$$x, x^2, x^3, x + 1, \frac{1}{x}, \sqrt[3]{x^6 + 1}, \sqrt[3]{x^5}, \sqrt[4]{2x}, \ln|x|, \frac{x^2 - x}{x - 1}.$$

110. Wskaż, które z poniższych funkcji są parzyste, a które są nieparzyste:

$$\sin(x), \cos(x), \operatorname{tg}(x), \operatorname{ctg}(x), \operatorname{arctg}(x), \sin(x^2), \operatorname{tg}^3(x), \cos^5(x^3).$$