

Lista 6-2

111. Oblicz granice

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + x - 1}{3x^2 + 7}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + x - 1}{3x^3 + 7}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + x - 1}{3x^2 + 7}.$$

112. Oblicz granicę

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - x} - \sqrt{x^2 - 1}).$$

Przypomnienie: Pamiętaj, że $\sqrt{a} - \sqrt{b} = \frac{a - b}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$.

113. Korzystając z dominacji wzrostów podaj poniższe granice

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^x}{x^5}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5}{\log_2(x)}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^x}{\log_2(x)}.$$

Uwaga: Dominacja wzrostów to informacja, że dla $a, b > 1$ oraz $\alpha > 0$ zachodzi

$$a^x \gg x^\alpha \gg \log_b(x),$$

gdzie " \gg " oznacza "niesamowicie dużo większe, gdy $x \rightarrow \infty$ ".

114. Korzystając z dominacji wzrostów oblicz poniższe granice

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\log_3 x)^5}{2^x}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[7]{x}}{(\log_3 x)^5}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\log_3 x)^5}{x^4 - 1000}.$$

Uwaga: $\log_3 x = \log_3(x)$, podobnie $\sin x = \sin(x)$ oraz $\cos x = \cos(x)$ itp.

115. Podaj granice

$$\lim_{x \rightarrow \infty} e^x, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} 2^x, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2}\right)^x, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{3^x}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \arctg(x).$$

116. Podaj granice

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} 2^x, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^x, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{3^x}, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \arctg(x).$$

117. Oblicz granice

$$\lim_{x \rightarrow 0} e^x, \quad \lim_{x \rightarrow 3} (2^x - x^2), \quad \lim_{x \rightarrow \pi} \cos(x), \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{3^{x-1}}, \quad \lim_{x \rightarrow 2} \arctg(x^2 - 3).$$

118. Oblicz granice

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x}}, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)\sqrt{2-x}}{x^2 - 1}, \quad \lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{(x+1)(x+2)} \right).$$

119. Podaj granice

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x), \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln\left(\frac{1}{x}\right), \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} e^{\frac{1}{x}}, \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} e^{\frac{1}{x}}, \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{\arctg(x) - \frac{\pi}{4}}.$$

120. Wyznacz asymptoty poniższych funkcji

$$\frac{x+1}{x+2}, \quad \ln\left(\frac{1}{x}\right), \quad \frac{|x|}{x}, \quad e^{\frac{1}{x}}, \quad \frac{\pi}{\arctg(x)}.$$