

Lista D-1

1. Uprość poniższe wyrażenie tak, aby po uproszczeniu uzyskać liczbę naturalną

$$\frac{\sqrt{15x+1}+15x}{5^{\frac{x}{2}} \cdot 9^{\frac{x}{4}}}.$$

2. Oblicz granicę

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)^5 + n^3 \sqrt{9n^4 + n}}{(2n+1)^5}.$$

3. Rozwiąż równania

a) dla $x \in \mathbb{R}$

$$\log_3(x+5) + \log_3(x-1) = 3,$$

b) dla $z \in \mathbb{C}$

$$z^2 - 2z + 2 = 0.$$

4. Zbadaj zbieżność szeregów

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n\sqrt{n-1}}{n^3+2},$$

b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \left(\sqrt[3]{11 - \sqrt{8}} - 1 \right)^n.$$

5. Dla $f(x) = \ln(x)$ oraz $g(x) = x - \frac{2}{x+1}$ podaj wzór i znajdź dziedzinę funkcji

a) $f \circ g$,

b) $f \circ f \circ f$.

6. Znajdź dziedzinę i asymptoty oraz naszkicuj wykresy poniższych funkcji:

$$\frac{x+1}{x+2}, \quad \ln\left(\frac{1}{x}\right), \quad \frac{|x|}{x}, \quad e^{\frac{1}{x}}, \quad \frac{\pi}{\arctg(x)}.$$

7. Powtórz powyższe zadanie dla innych ciekawych funkcji.