

Lista D-2

1. Niech $f(x) = \frac{\operatorname{arctg}(x)}{x}$.

- Oblicz pochodną funkcji f .
- Podaj wzór stycznej do wykresu funkcji f w punkcie $(1, f(1))$.
- Oblicz granicę $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left(xf(x) - \frac{\pi}{2} \right)$.

2. Niech $f(x) = xe^{-x^2}$.

- Oblicz pochodną funkcji f .
- Znajdź największą i najmniejszą wartość funkcji f dla $x \in [0, 1]$.

3. Oblicz poniższe całki:

a) $\int \frac{(x+1)^2}{\sqrt{x}} dx$,

b) $\int \frac{x}{\sqrt{x^2+2}} dx$,

c) $\int \frac{x}{\sqrt{2x-1}} dx$.

4. Rozważmy obszar leżący między osią OX oraz wykresem funkcji $f(x) = e^x + 2x$ dla $x \in [0, 1]$.

- Oblicz pole tego obszaru.
- Oblicz objętość bryły obrotowej powstałej w wyniku obrotu tego obszaru wokół osi OX .

5.

- a) Wyznacz promień zbieżności szeregu potęgowego

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{2}{n}\right)^{-n^2} x^{2n}.$$

- b) Rozwiąż równanie

$$y' = -\frac{x}{y}$$

oraz naszkicuj wykresy tych rozwiązań tego równania, dla których $|y(0)| = 1$.